



Optimisation du dimensionnement d'un réservoir composite type IV pour stockage très haute pression d'hydrogène

David Leh

► To cite this version:

David Leh. Optimisation du dimensionnement d'un réservoir composite type IV pour stockage très haute pression d'hydrogène. Autre. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENA021 . tel-00942731

HAL Id: tel-00942731

<https://theses.hal.science/tel-00942731>

Submitted on 6 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Grenoble

Spécialité : **Doctorat Sciences Pour l'Ingénieur**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

David LEH

Thèse dirigée par **Mr Robert ARRIEUX**
et codirigée par **Mr Philippe SAFFRÉ**

préparée au sein du laboratoire **SYMME**

Optimisation du dimensionnement d'un réservoir composite type IV pour stockage très haute pression d'hydrogène.

Thèse soutenue publiquement le **24 Octobre 2013**,
devant le jury composé de :

M. Damien HALM

Professeur, CNRS - ENSMA - INSTITUT P', Président

M. Piotr BREITKOPF

Ingénieur de recherche HDR, CNRS - Université Technologique de Compiègne,
Rapporteur

M. Alain THIONNET

Professeur, CNRS - Mines Paristech - Centre des Matériaux, Rapporteur

M. Frédéric LAURIN

Ingénieur de recherche, ONERA, Examineur

M. Stéphane VILLALONGA

Ingénieur de recherche, CEA, Examineur

M. Robert ARRIEUX

Professeur, SYMME, Directeur de thèse

M. Philippe SAFFRÉ

Maître de conférences, SYMME, Co-Directeur de thèse

M. Pascal FRANCESCATO

Maître de conférences, SYMME, Co-Tuteur de thèse



Thèse

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Grenoble

Spécialité : **Doctorat Sciences Pour l'Ingénieur**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

David LEH

Thèse dirigée par **Mr Robert ARRIEUX**
et codirigée par **Mr Philippe SAFFRÉ**

préparée au sein du laboratoire **SYMME**

Optimisation du dimensionnement d'un réservoir composite type IV pour stockage très haute pression d'hydrogène.

Thèse soutenue publiquement le **24 Octobre 2013**,
devant le jury composé de :

M. Damien HALM

Professeur, CNRS - ENSMA - INSTITUT P', Président

M. Piotr BREITKOPF

Ingénieur de recherche HDR, CNRS - Université Technologique de Compiègne,
Rapporteur

M. Alain THIONNET

Professeur, CNRS - Mines Paristech - Centre des Matériaux, Rapporteur

M. Frédéric LAURIN

Ingénieur de recherche, ONERA, Examineur

M. Stéphane VILLALONGA

Ingénieur de recherche, CEA, Examineur

M. Robert ARRIEUX

Professeur, SYMME, Directeur de thèse

M. Philippe SAFFRÉ

Maître de conférences, SYMME, Co-Directeur de thèse

M. Pascal FRANCESCATO

Maître de conférences, SYMME, Co-Tuteur de thèse



Remerciements

Au moment de mettre un point final à ce mémoire, je tiens à remercier toutes celles et ceux qui m'ont accompagné au fil de ces trois années de thèse. L'exercice n'est pas solitaire et ce sont de nombreuses personnes que je me dois de remercier.

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du laboratoire SYstèmes et Matériaux pour la MÉcatronique (SYMME) de l'université de Savoie. À cet égard, je tiens à remercier son directeur M. TABOUROT pour m'avoir accueilli au sein de son département.

Je tiens à remercier les membres du jury pour tout l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce travail de thèse. Je remercie M. BREITKOPF et M. THIONNET pour m'avoir fait l'honneur d'accepter d'en être les rapporteurs.

Je remercie M. HALM, M. LAURIN et M. VILLALONGA pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de juger mon travail.

Les mots ne sont pas assez forts pour remercier mes encadrants M. ARRIEUX, M. SAFFRÉ et M. FRANCESCATO de m'avoir proposé ce sujet, m'avoir guidé, conseillé et soutenu tout au long de ces trois années. Leur passion, leur complémentarité, leur disponibilité et leur excellence scientifique ont été les moteurs de la qualité de ce travail et m'ont permis d'avancer et de m'enrichir aussi bien au niveau humain que scientifique. Je leur assure ici toute ma reconnaissance et mon amitié.

Je n'oublie pas tous les membres du projet OSIRHYS IV pour les passionnants échanges que nous avons eu et leurs contributions à ce projet. Je leur exprime toute ma gratitude et mon enthousiasme pour la collaboration fructueuse que nous avons menée jusqu'à présent et qui, je l'espère, se prolongera à l'avenir.

Je voudrais également remercier mes collègues de travail et de bureau M. LAGACHE, M. PRAUD et M. BELHOUIDEG pour les interactions que nous avons eu, les excellents moments passés et pour m'avoir beaucoup aidé tant sur le plan scientifique que moral. Je leur témoigne en ces quelques lignes toute mon amitié et confiance.

Mes derniers mots iront vers ma famille, et surtout mes parents, qui m'ont permis de poursuivre mes études jusqu'à aujourd'hui. Je leur dédie ce mémoire.

Remerciements

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	iii
Liste des figures	vii
Liste des tables	xi
Liste des équations	xiii
Nomenclature	xvii
Introduction générale	1
I Proposition d'un modèle de simulation d'enroulement filamentaire	9
I.1 Introduction	11
I.2 Techniques d'enroulement	14
I.2.1 Enroulement géodésique	14
I.2.2 Enroulement non-géodésique	15
I.2.3 Enroulement delta-axisymétrique	15
I.2.4 Enroulement quasi-géodésique	16
I.2.5 Enroulement par splines	18
I.2.6 Comparatif et conclusion	18
I.3 Modèle d'enroulement	19
I.3.1 Besoins de l'optimisation et limites des modèles existants	20
I.3.2 Concepts	22
I.3.2.1 Détermination de l'angle d'enroulement	22
I.3.2.2 Coefficient de glissement	26
I.3.2.3 Détermination de l'épaisseur d'enroulement	30
I.3.3 Détermination de la structuration	39
I.3.3.1 Difficultés rencontrées pour l'élaboration du modèle et hypothèses retenues	39
I.3.3.2 Construction du modèle	45

Table des matières

I.3.3.3	Mise en forme des données	51
I.4	Simulations	55
I.4.1	Possibilités	55
I.4.2	Comparaison avec l'expérience	57
I.5	Conclusion	61
	Bibliographie du chapitre I	66
II	Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un ré-	
	servoir de stockage de type IV	67
II.1	Introduction	69
II.2	Modèles d'endommagement	70
II.2.1	Les modèles continus	72
II.2.2	Les modèles progressifs	75
II.2.3	L'Analyse Progressive de la Rupture (APR)	76
II.3	Modélisation par Éléments Finis du réservoir	83
II.3.1	Modèle mixte	83
II.3.1.1	Modélisation tranche	83
II.3.1.2	Modélisation complète	87
II.3.2	Modèle solide	88
II.4	Simulation de la tenue à rupture du réservoir	92
II.4.1	Intégration du modèle d'endommagement	92
II.4.1.1	Préparation aux calculs	92
II.4.1.2	Procédure générale	94
II.4.2	Simulations	96
II.4.2.1	Mode d'éclatement	96
II.4.2.2	Comparaison entre modèle mixte et modèle solide	96
II.4.2.3	Influence du maillage	99
II.4.2.4	Influence de la variable d'endommagement	102
II.5	Conclusion	108
	Bibliographie du chapitre II	111
III	Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV	113
III.1	Introduction	115
III.2	Vers l'optimisation des structures composites	117
III.2.1	Généralités sur l'optimisation	117
III.2.2	Les structures composites	121
III.2.2.1	Principaux travaux	121
III.2.2.2	Principales difficultés de l'optimisation des structures com-	
	plexes composites	122
III.2.3	Les réservoirs de stockage à haute pression	127
III.3	Problème d'optimisation	128
III.4	Méthode d'optimisation M1	133
III.5	Méthode d'optimisation M2	139

III.5.1	Principe	141
III.5.2	Traitement spécifique	145
III.5.3	Caractéristiques de la méthode M2	159
III.6	Enseignements, confirmations et règles de conception	163
III.7	Conclusion	165
	Bibliographie du chapitre III	171
Conclusion générale		173
Annexes		177
A	Modèle de simulation d'enroulement filamentaire	177
A.1	Détermination de l'angle d'enroulement	177
A.2	Détermination de l'épaisseur d'enroulement	178
A.3	Fichier de configuration du modèle d'enroulement	179
B	Cahier des charges OSIRHYS IV	181
B.1	Préambule	181
B.2	Définitions	183
B.3	Performances	184
C	Modélisation du réservoir	185
C.1	Propriétés matériaux	185
C.2	Analyse Progressive de la Rupture, approche multi-niveaux	185
D	Métamodélisation	192
D.1	Préambule	192
D.2	Les plans d'expériences	194
D.2.1	Normalisation	195
D.2.2	Construction du plan	196
D.2.3	Vérification des hypothèses	202
D.3	Krigeage	205
D.3.1	Krigeage simple résiduel	206
D.3.2	Krigeage ordinaire	208
D.3.3	Corrélation spatiale et échantillonnage	210
D.3.4	Voisinage glissant	213
E	Validation croisée	214
E.1	Principe et intérêt	214
E.2	Erreur de généralisation	215
E.3	Qualification des métamodèles	217
E.3.1	Précision des métamodèles	217
E.3.2	Stabilité des métamodèles	218
F	Algorithme génétique	225
F.1	Principe	225
F.2	Encodage	226
F.3	Évaluations	227
F.4	Opérateur de sélection	227

Table des matières

F.5	Opérateur de croisement	228
F.6	Opérateur de mutation	232
F.7	Gestions des contraintes	233
F.8	Techniques d'amélioration	234
F.9	Résumé de l'algorithme d'optimisation	236
	Bibliographie de l'annexe	244

Liste des figures

1	Représentation générale d'un réservoir de type IV	4
2	Éclatement expérimental d'un réservoir en virole	6
I.1	Mise en œuvre d'un réservoir par le procédé RTM	12
I.2	Fabrication de réservoirs cylindro-sphériques par enroulement filamentaire. .	12
I.3	Plusieurs trajectoires de fibres, de la géodésique aux non-géodésiques	15
I.4	Section transverse d'une sphère delta-axisymétrique	17
I.5	Subdivision de la surface de révolution en surfaces coniques.	17
I.6	Domaine de variation du rayon d'arrêt en fonction de la position dans la structuration	21
I.7	Exemple de dôme elliptique.	23
I.8	Exemple de mise en œuvre des schémas d'intégration	25
I.9	Représentation schématique d'un dôme	26
I.10	Influence du coefficient de glissement.	27
I.11	Trajectoire de la fibre soumise à un chargement de traction	28
I.12	Évolution du coefficient de glissement	30
I.13	Influence de la loi d'évolution du coefficient de glissement λ	31
I.14	Évolution de l'épaisseur selon la formulation de Clairaut.	31
I.15	Évolution de l'épaisseur selon la formulation d'ABAQUS	32
I.16	Représentation schématique du rayon à une largeur de bande	34
I.17	Évolution de l'épaisseur selon la formulation de Wang	37
I.18	Évolution de l'épaisseur pour les trois formulations présentées	38
I.19	Structuration d'un dôme, terminologie employée	40
I.20	Effets des instabilités numériques.	42
I.21	Discontinuité de tangence	43
I.22	Effet d'une discontinuité de tangence	43
I.23	Structuration multi-couches.	44
I.24	Entre-croisements des normales.	45
I.25	Algorithme général de la détermination de la structuration	48

Liste des figures

I.26	Sous-algorithme : calcul des évolutions des angles d'enroulement	49
I.27	Sous-algorithme : approximation B-spline	50
I.28	Schéma de principe de la mise en forme des données d'enroulement	52
I.29	Sous-algorithme : mise en forme des données d'enroulement	54
I.30	Résultat de l'importation	55
I.31	Effets de la non-géodésie sur la topologie des dômes	56
I.32	Exemples d'enroulements à largeurs de bandes différentes	57
I.33	Exemples d'enroulements extrêmes	58
I.34	Confrontation des simulations à l'expérience	60
II.1	Représentation d'un pli unidirectionnel	71
II.2	Représentation schématique des types de rupture	72
II.3	Impact des endommagements sur les courbes force-déplacement, dans le cadre d'une APR	76
II.4	Algorithme de principe d'une APR	81
II.5	Représentation schématique du principe d'une APR	82
II.6	Vue de la structuration composite	84
II.7	Vues dynamiques de la modélisation	85
II.8	Vue de la modélisation tranche pour le modèle mixte	86
II.9	Vue des conditions aux limites et chargements	87
II.10	Modélisation complète du réservoir	88
II.11	Vues dynamiques du demi-réservoir	89
II.12	Comparaison de la modélisation complète et de la modélisation tranche . . .	90
II.13	Modélisation tranche solide	91
II.14	Algorithme du couplage entre le logiciel ANSYS et l'algorithme de l'APR codé en FORTRAN	95
II.15	Exemple d'éclatement en mode sain	97
II.16	Éclatement d'un réservoir en mode sain	97
II.17	Exemple d'éclatement en mode non-sain	98
II.18	Éclatement d'un réservoir en mode non-sain	98
II.19	Comparaison de la modélisation mixte et de la modélisation solide	100
II.20	Identification du modèle mixte	101
II.21	Influence du maillage sur les résultats du modèle mixte dans le cas d'un éclatement sain	103
II.22	Influence du maillage sur les résultats du modèle mixte dans le cas d'un éclatement non-sain	104
II.23	Influence du maillage sur les résultats du modèle solide dans le cas d'un éclatement sain	105
II.24	Influence des variables d'endommagement sur les résultats du modèle mixte dans le cas d'un éclatement sain	106
II.25	Influence des variables d'endommagement sur les résultats du modèle solide dans le cas d'un éclatement sain	107

III.1	Catégories de problèmes d'optimisation	119
III.2	Comparaison des méthodes d'optimisation	120
III.3	Approche par niveaux	123
III.4	Temps de calcul avec un modèle micromécanique	124
III.5	Impact de l'augmentation de la complexité	125
III.6	Régressions	132
III.7	Graphe de dispersion du métamodèle « PRESSION »	136
III.8	Algorithme général d'optimisation par la méthode M1	140
III.9	Répartition des angles parmi les optima	146
III.10	Répartition des angles en fonction de l'aire projetée	147
III.11	Influence du tirage	148
III.12	Influences de la population et des générations	149
III.13	Zones d'intérêt	151
III.14	Influence de l'endommagement	156
III.15	Algorithme général d'optimisation par la méthode M2	160
C.1	Semi-structures	186
C.2	Évolution de la résistance efficace	188
C.3	Semi-structure $[(\pm 45)_2]_s$	190
C.4	Semi-structure $[0_2, (\pm 45)_2, 90_2]_s$	191
C.5	Visualisation de l'endommagement multi-niveaux pour une semi-structure	191
D.1	Notion d'interaction	195
D.2	Plans d'expériences usuels	198
D.3	Contrainte relationnelle	200
D.4	Variance-Covariance	200
D.5	Hypothèse de normalité	203
D.6	Hypothèse d'homoscédascité	203
D.7	Hypothèse d'indépendance	204
D.8	Semi-variogramme	212
D.9	Voisinage glissant	213
E.1	Principe de la méthode de validation croisée employée	216
E.2	Graphe de dispersion	219
E.3	Vérification de la normalité	220
E.4	Leverage	221
E.5	Importance relative et stabilité	223
E.6	Influence du leave-K-out	224
F.1	Encodage des individus	226
F.2	Exemples de fonctions analytiques	229
F.3	Croisement utilisé	231
F.4	Croisement pseudo-uniforme	231
F.5	Scaling puissance	235
F.6	Scaling non-uniforme pour le scaling puissance	236
F.7	Impact du niching	237

Liste des figures

F.8	Optimisation de la fonction $F(x) = e^{(-2\ln(2)(\frac{x-0.1}{0.8})^2)} \sin^6(5\pi x)$	238
F.9	Principe général de l'algorithme génétique développé et employé	239

Liste des tables

I.1	Comparatif des techniques d'enroulement	19
I.2	Comparatif des formulations de calcul des épaisseurs d'enroulement	38
I.3	Comparatif des modèles de structuration	47
II.1	Comparatif des modèles d'endommagement	77
III.1	Plan D-optimal.	129
III.2	Domaine de recherche	131
III.3	Comparaison des métamodèles « PRESSION »	137
III.4	Plan complémentaire.	138
III.5	Exemple de l'impact de la diminution des angles d'enroulement.	144
III.6	Exemple de l'impact de l'augmentation des plis hélicoïdaux	153
III.7	Phase de tri : repérage des optima	154
III.8	Avantages et inconvénients de la démarche d'optimisation	161
III.9	Performances de la méthode M2	162
B.1	Caractéristiques du réservoir OSIRHYS IV de référence	184
C.1	Propriétés matériaux.	186
D.1	Contrastes polynomiaux.	196

Liste des tables

Liste des équations

(I-1)	Équation générale de calcul des évolutions des angles	22
(I-2)	Équation de Clairaut	22
(I-3)	Schéma implicite	23
(I-4)	Schéma explicite	24
(I-5)	Formulation appliquée de Runge-Kutta	24
(I-6)	Compléments à la formulation appliquée de Runge-Kutta	24
(I-7)	Coefficient de glissement	28
(I-8)	Force de friction	29
(I-9)	Condition de stabilité	29
(I-10)	Équation de la continuité de l'enroulement	29
(I-11)	Formulation de Clairaut	31
(I-12)	Formulation d'ABAQUS	32
(I-13)	Formulation de Wang	33
(I-14)	Nombre de bandes à l'équateur	33
(I-15)	Quantité de bandes à l'équateur	33
(I-16)	Condition n° 1	33
(I-17)	Condition n° 2	34
(I-18)	Condition n° 3	35
(I-19)	Condition n° 4	35
(I-20)	Évolution de l'épaisseur au pôle	35
(I-21)	Système de résolution de la formulation de Wang	35
(I-23)	Formulation indicée de Wang	36
(II-1)	Matrices de souplesse	71
(II-2)	Énergie de déformation	73
(II-3)	Loi de Hook appliquée	73
(II-4)	Énergie de déformation appliquée au modèle d'endommagement continu . .	73
(II-5)	Forces thermodynamiques	74
(II-6)	Variables d'endommagement	74

Liste des équations

(II-7)	Critère de Hashin-Rottem	79
(II-8)	Polynôme de Cantor à l'ordre deux	93
(III-1)	Réponse du métamodèle « LOCALISATION »	134
(A-1)	Équation de la géodésie simplifiée	177
(A-2)	Équation premier terme	178
(A-3)	Équation second terme	178
(A-3)	Équation du volume constant	178
(A-4)	Équation du terme A	178
(A-5)	Équation du terme B	178
(A-6)	Équation finale du terme A	178
(A-7)	Équation finale du terme B	179
(C-1)	Critère de l'Onera	187
(C-2)	Résistances efficaces interfibres	187
(C-3)	Variable de dégradation des résistances en mode interfibre	187
(C-4)	Résistance efficace dans le sens fibre	187
(D-1)	Notation de Yate	196
(D-2)	Domaine de recherche	197
(D-3)	Matrice d'expériences	197
(D-4)	Modèle du second degré avec interactions d'ordre 1	197
(D-5)	Estimation par moindres carrés des valeurs des termes du modèle	198
(D-6)	Matrice de variance-covariance	200
(D-7)	Matrice de Hat	201
(D-8)	Évaluation de la réponse pour un métamodèle polynomial	201
(D-9)	Variance de prédiction	201
(D-10)	Variance moyenne normalisée intégrée sur le domaine de recherche	201
(D-11)	Équation fondamentale d'analyse de la variance	204
(D-12)	Variance résiduelle	204
(D-13)	Variance du modèle	204
(D-14)	Coefficient de corrélation multiple	205
(D-15)	Coefficient de corrélation ajusté	205
(D-16)	Coefficient de corrélation prédictif	205
(D-17)	Équation générale du krigeage	206
(D-18)	Système du krigeage simple	207
(D-19)	Matrice de covariance aux points d'expériences [krigeage simple]	207
(D-20)	Matrice de covariance au point krigé [krigeage simple]	207
(D-21)	Matrice des poids [krigeage simple]	207
(D-22)	Estimation de la réponse dans le cas du krigeage simple résiduel	207
(D-23)	Vecteur des résidus	208
(D-24)	Variance d'estimation du krigeage simple résiduel	208
(D-25)	Vecteur des réponses [modèle mixte]	208
(D-26)	Système du krigeage ordinaire	208
(D-27)	Matrice de covariance aux points d'expériences [krigeage ordinaire]	208

(D-28)	Matrice de covariance au point krigé [krigeage ordinaire]	209
(D-29)	Matrice des poids [krigeage ordinaire]	209
(D-30)	Vecteur des réponses [krigeage ordinaire]	209
(D-31)	Variance d'estimation du krigeage ordinaire	209
(D-32)	Semi-variogramme théorique	210
(D-34)	Semi-variogramme expérimental	210
(D-35)	Calcul de la distance de corrélation	211
(D-36)	Covariance gaussienne	211
(E-1)	Équation générale de calcul de l'erreur de généralisation	215
(E-2)	Équation générale de calcul de l'erreur moyenne de généralisation	217
(E-3)	Importance relative	222
(F-1)	Mutation non uniforme	233

Liste des équations

Nomenclature

Liste des principales notations ayant trait au modèle d'enroulement:

(r, θ, z)	Repère cylindrique du réservoir, page 22
α	Angle d'enroulement, page 22
$\alpha_{arrêt}$	Angle d'enroulement à l'arrêt d'enroulement, page 24
α_i	Angle d'enroulement au point d'intégration considéré, page 24
α_{R_lim}	Angle d'enroulement limite dans la virole, page 37
α_R	Angle d'enroulement dans la virole / angle initial d'enroulement, page 23
λ	Coefficient de glissement, page 22
λ_i	Coefficient de glissement au point d'intégration considéré, page 24
λ_{max}	Coefficient de glissement maximal, page 29
λ_s	Coefficient de glissement statique, page 29
$\overrightarrow{f_{fric}}$	Force de friction, page 28
b	Largeur de la bande d'enroulement, page 32
e	Épaisseur du pli, page 31
$e_{arrêt}$	Épaisseur à l'arrêt d'enroulement, page 33
e_b	Épaisseur de la bande d'enroulement, page 33
e_i	Épaisseur au point d'intégration considéré, page 36
e_R	Épaisseur du pli ou de la pseudo-couche à l'équateur (jonction dôme-virole), page 31

Nomenclature

h	Pas d'intégration des méthodes numériques, page 24
h_i	Pas d'intégration au point considéré, page 41
m_R	Quantité de bandes d'enroulement à l'équateur, page 33
n_R	Nombre de bandes d'enroulement à l'équateur, page 33
R	Rayon à l'équateur (jonction dôme-virole), page 29
r_0	Rayon d'ouverture de l'embase, page 23
r_{2b}	Rayon situé à une distance de deux largeurs de bande du rayon d'arrêt d'enroulement, page 33
$r_{arrêt}$	Rayon à l'arrêt d'enroulement, page 29
r_b	Rayon situé à une distance d'une largeur de bande du rayon d'arrêt d'enroulement, page 33
r_i	Rayon au point d'intégration considéré, page 36
z_{elem}	Cotes z des éléments finis, page 53
z_i	Cote z au point considéré, page 41

Liste des principales notations ayant trait aux modèles Éléments Finis:

ν	Coefficient de Poisson, page 71
Cr_f^+	Critère fibre en traction, page 79
Cr_f^-	Critère fibre en compression, page 79
Cr_{if}^+	Critère interfibre en traction, page 79
Cr_{if}^-	Critère interfibre en compression, page 79
E	Module d'Young, page 71
i_{cantor}	Entier unique retourné par le polynôme de Cantor pour le couple (i_p, i_{ec}) , page 93
i_{ec}	Numéro de l'élément de type coque considéré, page 93
i_p	Numéro ou indice du plis considéré, page 93
N_{ec}	Nombre total d'éléments de type coque dans la modélisation, page 93
N_p	Nombre total de plis pour la structuration testée, page 93
S_0	Matrice de souplesse d'un pli élémentaire non endommagé, page 71
S_d	Matrice de souplesse d'un pli élémentaire endommagé, page 71

Liste des principales notations ayant rapport aux méthodes d'optimisation:

$({}^tXX)^{-1}$	Matrice de dispersion, page 198
tXX	Matrice d'information, page 198
γ_{exp}	Semi-variogramme expérimental, page 210
γ_{theo}	Semi-variogramme théorique, page 210
λ	Matrice des poids de krigeage, page 207
σ^2	Variance aléatoire, page 199
σ_{KO}^2	Variance d'estimation par krigeage ordinaire, page 209
σ_{KS}^2	Variance d'estimation par krigeage simple, page 208
τ	Portée de la covariance, page 211
\hat{A}	Estimateur des termes du modèle, page 198
\hat{E}	Estimateur des résidus, page 207
\hat{Y}	Estimateur du modèle polynomial, page 201
\hat{Y}_{KO}	Estimateur du modèle par krigeage ordinaire, page 209
\hat{Y}_{mixte}	Estimateur du modèle mixte, page 208
A	Vecteur des coefficients des termes du modèle, page 197
C	Matrice de covariance aux points d'expériences, page 207
C_0	Matrice de covariance au point krigé, page 207
Cov_{Gauss}	Covariance Gaussienne, page 211
D	Domaine de recherche, page 197
$d(x_i, x_j)$	Distance anisotrope, page 211
E	Vecteur des erreurs ou des résidus, page 197
E_{gen}	Erreur de généralisation, page 215
H	Matrice de Hat, page 201
i_{gen}	Indice de la génération courante, page 233
Imp_{rel}	Importance relative, page 218
Loc	Fonction « localisation », page 134
Nb_{gen}	Nombre de générations, page 233

Nomenclature

$Nb_{tirages}$	Nombre de tirages : nombre de réalisations de l'algorithme génétique, page 145
$PRESS$	Predicted Residuals Sum of Squares, page 205
R^2	Coefficient de corrélation multiple, page 205
R_{adj}^2	Coefficient de corrélation ajusté, page 205
R_{Pred}^2	Coefficient de corrélation prédictif, page 205
S_E	Somme des carrés expliqués, page 204
S_T	Somme des carrés résiduels, page 204
S_T	Somme des carrés totaux, page 204
V_E	Variance du modèle, page 204
V_R	Variance résiduelle, page 204
X	Matrice du modèle, page 197
Y	Vecteur des réponses, page 197
Y_{obs}	Réponse observée, page 215
Y_{pred}	Réponse prédite, page 215

Abréviations:

APDL	ANSYS Parametric Design Language, page 92
APR / PFA	Analyse Progressive de la Rupture / Progressive Failure Analysis, page 75
CLT	Théorie Classique des Stratifiés, Classical Lamination Theory, page 122
EF	Éléments Finis, page 16
FORTTRAN	FORmula TRANslator, page 92
MACRO	MACRO-commande, page 92
PYTHON	Langage de programmation objet, page 115

Introduction générale

Confronté à l'augmentation des besoins énergétiques mondiaux (doublement des besoins d'ici à 2050), à la raréfaction des ressources fossiles et à la nécessité de réduire les émissions de gaz à effet de serre issues de l'utilisation de ces ressources, il convient de développer et diversifier nos ressources en énergie. Partant de ce constat, on assiste depuis quelques années à la montée en puissance d'énergies et de ressources dites alternatives. Bien sûr, toutes ces ressources et les technologies qui y sont associées, n'en sont pas toutes au même stade de maturité : certaines n'en sont qu'au stade de recherche alors que d'autres en sont au stade de développement, de diffusion voire même au stade d'industrialisation à grande échelle. On peut citer à ce titre :

- les ressources actuelles et à court terme : éolien, solaire, biomasse, stockage électrique...
- les ressources à moyen terme (20 ans) : hydrogène notamment ;
- les ressources à long terme (50 ans) : fusion nucléaire.

Parmi ces ressources, la filière hydrogène fait l'objet de nombreux travaux de recherche. En effet, l'utilisation de l'hydrogène présente plusieurs avantages significatifs. Le premier tient au fait que l'hydrogène ou plus exactement le dihydrogène (H_2) n'est pas une source d'énergie (il n'existe pas ou très peu à l'état naturel) mais, tout comme l'électricité, un *vecteur énergétique* c.-à-d. un moyen d'acheminer de l'énergie d'un endroit à un autre. Cela se traduit par la possibilité de le produire à partir de nombreuses sources d'énergie primaires (énergies fossiles, éolienne, solaire, hydraulique, nucléaire...) et à la différence de l'électricité, l'avantage de pouvoir être stocké sur de longues périodes sous la forme d'un potentiel chimique. Toutefois l'intérêt de son utilisation n'est réel et justifié, d'un point de vue environnemental, que si sa production n'est réalisée qu'à partir de la revalorisation des déchets fossiles (reformage¹) ou à partir de sources d'énergies non fossiles.

D'autres avantages lui sont également attribués. On peut citer son abondance (élément le plus abondant sur la planète notamment dans l'eau), ces propriétés énergétiques intéres-

1. Opération ayant pour but de casser une molécule d'hydrocarbure ou d'alcool pour la transformer en ses composants majeurs.

Introduction générale

santes (1 kg d'hydrogène libère environ trois fois plus d'énergie que 1 kg d'essence, rendement d'une pile à combustible supérieur à celui d'un moteur à explosion), son exploitation via une pile à combustible n'émet aucune émission nocive ou polluante, ou encore sur un plan plus politique grâce à l'indépendance et auto-suffisance énergétique qu'il confère (de nombreux pays possédant des potentiels éoliens, géothermiques, solaires, hydrauliques... importants pour sa production, dépendront beaucoup moins des pays pétroliers comme c'est le cas pour les énergies fossiles).

L'utilisation de l'hydrogène en tant que vecteur énergétique est séduisante mais ne constitue pas une solution universelle aux problèmes énergétiques et environnementaux à cause notamment de la nécessité de le produire. À cela s'ajoute des verrous technologiques (durée de vie des piles à combustible, densité volumique énergétique peu favorable pour le stockage et le transport, infrastructure de distribution inexistante, limites d'inflammabilité et de détonation avec l'air moins favorables que pour d'autres combustibles) et culturels car considéré comme un gaz dangereux par la société. Pour lever ces verrous, de nombreux programmes de recherche, de développement et de démonstration, relayés par les médias et les politiques, existent (projets de démonstration Argemuc, Cute & Ectos, projet éolien-hydrogène d'Utsira...).

Dans ce travail, nous nous intéresserons plus particulièrement à la problématique du stockage de l'hydrogène, notamment dans le domaine du transport. Trois approches du stockage embarqué de l'hydrogène se démarquent actuellement :

- le stockage sous forme liquide à basse température, procédé où l'hydrogène est stocké à une température de 20K (-253°C) et sous faible pression (10 bars). Il s'agit d'une technologie intéressante des points de vue de la capacité de stockage (densités massiques et volumiques importantes) et des coûts de fabrication de tel réservoir de stockage bien que nécessitant une isolation renforcée pour limiter les déperditions d'hydrogène. En revanche, les coûts de liquéfaction de l'hydrogène viennent nuancer le bilan économique de cette technologie rendant sa mise en œuvre et utilisation moins compétitive que pour d'autres technologies ;
- le stockage gazeux sous pression, procédé où l'hydrogène est stocké sous forme gazeuse à très haute pression (700 bars) pour obtenir des densités volumiques et massiques intéressantes c.-à-d. suffisamment importantes pour obtenir des autonomies analogues à celles des véhicules actuels. Pour cette technologie, les coûts sont essentiellement dus à la fabrication des réservoirs, généralement en matériaux composites pour satisfaire de telles pressions à faible masse et volume de matière, et aux coûts de compression de l'hydrogène ;
- le stockage sous forme solide, technologie où les propriétés réversibles d'adsorption² ou d'absorption de l'hydrogène par un matériau (généralement des hydrures) sont utilisées. Les avantages principaux de cette technologie sont les capacités de stockage volumique très importantes des hydrures et les faibles pressions de mise en

2. Contrairement à l'absorption où les molécules entrent en profondeur du matériau, celles-ci ne sont retenues qu'en surface du matériau.

œuvre. En revanche, plusieurs verrous restent actuellement à lever : cinétiques d'adsorption ou d'absorption de l'hydrogène, températures de désorption élevées, coûts prohibitifs des matériaux utilisés (hydrures), et matériaux à caractère pyrophorique³ nécessitant des manipulations délicates.

La technologie qui se détache le plus pour les applications embarquées est probablement celle où le stockage de l'hydrogène se fait sous forme comprimée. En effet, cette technologie possède plusieurs atouts significatifs :

- il s'agit d'une technologie déjà existante au stade industriel, qui équipe de nombreux véhicules roulant au gaz naturel. Les niveaux de pression utilisées actuellement sont certes plus faibles (200 bars pour le gaz naturel) mais toute une économie et industrie est déjà en place contrairement aux autres technologies, ce qui pourrait être un facteur important quant à une diffusion plus importante de la technologie ;
- il n'y a pas ou peu de coûts pour le stockage longue durée, contrairement au stockage sous forme liquide qui nécessite, quelque soit la qualité de l'isolation thermique du réservoir, un refroidissement permanent plus ou moins important, consommateur d'énergie ;
- aucune dépense d'énergie pour vider le réservoir et utiliser l'hydrogène stocké comme cela peut être le cas pour le stockage solide où des températures élevées sont généralement nécessaires pour désorber l'hydrogène.

La technologie qui semble donc la plus prometteuse et la plus mature du point de vue du stockage pour des applications mobiles (domaine du transport notamment) est à l'heure actuelle le stockage sous forme gazeuse à haute pression de l'hydrogène. Néanmoins, plusieurs aspects sont encore à améliorer et notamment la fabrication et conception des réservoirs de stockage (objet de ce mémoire), pour la rendre plus compétitive et faciliter sa diffusion et utilisation à grande échelle.

Historiquement, plusieurs technologies de réservoirs pour le stockage de gaz sous pression ont été développées. On distingue généralement les réservoirs :

- purement métalliques, réservoirs de type I, généralement en acier ou en aluminium. Ces réservoirs possèdent un ratio performance-masse faible. De plus, ils possèdent des durées de vie faibles car ils sont sujets à des problèmes de résistance en fatigue ;
- métalliques mais avec un renforcement en matériaux composites sur leur partie cylindrique, réservoirs de type II ;
- hybrides, réservoirs de type III dont la partie interne assurant l'étanchéité à l'hydrogène est métallique et la partie externe en matériaux composites ;
- composites, réservoirs de type IV dont la partie structurante est entièrement en matériaux composites et la partie interne assurant l'étanchéité est en polymère thermoplastique.

3. Matériaux qui s'enflamment au contact de l'air.

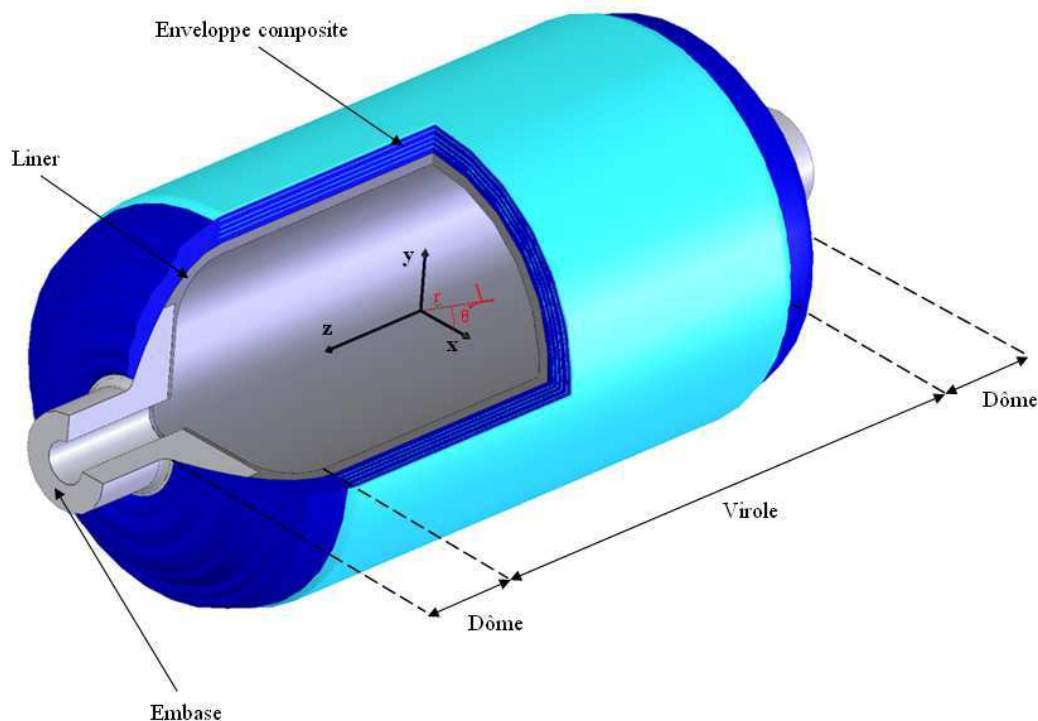


Figure 1 – Représentation générale d'un réservoir de type IV.

Parmi tous ces réservoirs, les réservoirs de type IV sont ceux présentant le meilleur ratio performance-masse et la meilleure durée de vie car moins sujet à la fatigue du fait de l'absence d'une contribution métallique dans la partie structurante du réservoir. Seuls les réservoirs de type IV seront étudiés dans ce mémoire du fait qu'il s'agit des réservoirs les plus performants et donc capables de répondre aux besoins en termes de stockage aux très hautes pressions nécessaires pour conserver les autonomies actuelles dans les domaines de l'automobile... Toutefois, le coût élevé de ces réservoirs constitue un frein à leur développement. Ce coût est dû à la fois au coût de la matière première du matériau composite (fibre de carbone notamment) et aux temps de fabrication relativement lents donc coûteux. On s'aperçoit donc qu'une meilleure compréhension de ces réservoirs serait bénéfique puisqu'elle permettrait d'augmenter notre certitude dans leur conception et dimensionnement. Cela permettrait de réduire les quantités de matière utilisées réduisant à la fois les coûts de matière première et les coûts dus aux temps de fabrication. Une optimisation de ces réservoirs est donc pleinement souhaitée.

Ceci implique de développer des modèles de modélisation du comportement des réservoirs les plus fidèles possibles, afin de pouvoir procéder à une optimisation numérique (bien moins coûteuse qu'une optimisation expérimentale) de ceux-ci. Les incertitudes actuelles (du point de vue mécanique uniquement) portent essentiellement sur la structuration de l'enveloppe composite du réservoir et sur son comportement mécanique à la rupture, en fatigue et à la température. Tous ces points sont à l'origine du projet OSIRHYS IV (Outils

de Simulation du comportement des Réservoirs d'HYdrogène Spécifiques au type IV), dans lequel s'inscrit ce travail, ayant pour but de combler le manque de connaissances à ces niveaux. Ce projet collaboratif, soutenu financièrement par l'ANR (Agence Nationale de la Recherche) sous le programme *ANR-09-HPAC-010*, regroupe les partenaires suivants :

- *ARMINES*, association de recherche contractuelle du groupe des Écoles des Mines ;
- *l'INSTITUT P'*, laboratoire de Recherche et Ingénierie en Matériaux Mécanique et Énergétique pour les Transports, l'Énergie et l'Environnement ;
- *SYMME*, laboratoire SYstèmes et Matériaux pour la MEcatronique ;
- *le CEA*, Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives, coordinateur de ce projet.

Dans le cadre du projet, l'industriel *LMS Samtech*, éditeur du code de calcul par Éléments finis SAMCEF, intervient en tant que sous-traitant du CEA. Ce projet se décline en plusieurs tâches dont une tâche spécifique à l'optimisation des réservoirs. En tant que responsable de la tâche optimisation, le laboratoire SYMME est responsable de la collecte et synthèse des travaux de l'ensemble des partenaires pour cette thématique. Un descriptif plus complet du projet est disponible en annexe B, page 181.

Un réservoir de type IV est constitué de plusieurs parties élémentaires :

- d'un *liner*, partie interne au réservoir assurant la fonction d'étanchéité pour l'hydrogène. Pour un réservoir de type IV, le liner est en thermoplastique ;
- d'*embases*, parties métalliques servant au raccordement du réservoir avec la tuyauterie d'alimentation de la pile à combustible ;
- d'une *enveloppe structurante* ou enveloppe composite assurant la fonction structurale du réservoir.

Au niveau topologique, un réservoir est composé d'une partie cylindrique : la *virole* et de deux parties fermant la partie cylindrique à ses deux extrémités : les *dômes*. Suivant les cas, les dômes peuvent être de différents profils : profil sphérique, elliptique, conique... Dans notre cas, les dômes sont à profil elliptique. Ces différents termes sont présentés figure 1.

L'approche adoptée dans ce travail de thèse consiste à améliorer le dimensionnement des réservoirs de type IV via trois aspects : (i) améliorer les connaissances sur le comportement mécanique de tels réservoirs (trajectoires des fibres, comportement à la rupture...), (ii) utiliser les connaissances ainsi développées pour améliorer la confiance dans leur conception et dimensionnement et (iii) mener une campagne d'optimisation afin de répondre aux besoins industriels et à ceux de la filière hydrogène en termes de stockage.



Figure 2 – Éclatement expérimental d'un réservoir en virole.

Ce mémoire est donc organisée en trois chapitres.

Le premier développe les améliorations apportées en termes de prévision des trajectoires des renforts composites pour l'application étudiée. Point crucial pour la bonne prédiction des pressions à rupture des réservoirs. À ce titre les considérations des évolutions des épaisseurs et des angles au cours de la fabrication du réservoir ont été prises en compte pour des réservoirs dont la structure composite est composée de plusieurs couches d'orientations différentes.

Le second est consacré à l'étude du comportement mécanique des réservoirs de type IV avec notamment la considération de l'endommagement du composite par l'analyse progressive de la rupture pour permettre d'améliorer la qualité des dimensionnements et des prévisions des modes et pressions à rupture des réservoirs en vue de la phase d'optimisation.

Enfin, le dernier présente les résultats de l'optimisation conduite sur ces réservoirs, ainsi que des règles de conception génériques issues du dépouillement de l'optimisation. Une démarche d'optimisation ciblée a été développée. Celle-ci possède d'excellentes performances tout en étant particulièrement économique en vue de faciliter son utilisation industriellement.

Ce mémoire de thèse présente des fonctionnalités avancées : visualisation dynamique de la modélisation éléments finis, animations des simulations à rupture du réservoir et de certaines spécificités des méthodes d'optimisation. Nous recommandons l'utilisation du logiciel Adobe Reader en version 10 au minimum (Adobe Reader X) pour une visualisation assurée de ces fonctionnalités.

Toutes les données de fabrication relatives au procédé de mise en œuvre ainsi que les résultats des campagnes d'optimisation ne seront pas présentés pour cause de confidentialité.

Introduction générale

Chapitre I

Proposition d'un modèle de simulation d'enroulement filamentaire

L'objectif final de cette thèse étant de conduire une campagne d'optimisation structurelle des réservoirs hyperbars de stockage de l'hydrogène, ce chapitre détaille un modèle spécifique de simulation d'enroulement filamentaire développé à cette fin.

Ce modèle de simulation d'enroulement des dômes de réservoir repose sur l'interdépendance croissante des évolutions des angles avec les épaisseurs d'enroulement au fur et à mesure de l'empilement des différentes couches. Grâce aux récents travaux sur les déterminations des angles et des épaisseurs d'enroulement et aux méthodes développées au cours de cette étude, le modèle est capable de simuler avec une bonne précision des structurations multi-couches. Ce qui permet de répondre à la fois aux besoins des simulations en termes de comportement mécanique et à ceux de la phase d'optimisation.

Sommaire

I.1	Introduction	11
I.2	Techniques d'enroulement	14
I.2.1	Enroulement géodésique	14
I.2.2	Enroulement non-géodésique	15
I.2.3	Enroulement delta-axisymétrique	15
I.2.4	Enroulement quasi-géodésique	16
I.2.5	Enroulement par splines	18
I.2.6	Comparatif et conclusion	18
I.3	Modèle d'enroulement	19
I.3.1	Besoins de l'optimisation et limites des modèles existants . . .	20
I.3.2	Concepts	22
I.3.2.1	Détermination de l'angle d'enroulement	22
I.3.2.2	Coefficient de glissement	26
I.3.2.3	Détermination de l'épaisseur d'enroulement	30
I.3.3	Détermination de la structuration	39
I.3.3.1	Difficultés rencontrées pour l'élaboration du modèle et hypothèses retenues	39
I.3.3.2	Construction du modèle	45
I.3.3.3	Mise en forme des données	51
I.4	Simulations	55
I.4.1	Possibilités	55
I.4.2	Comparaison avec l'expérience	57
I.5	Conclusion	61
	Bibliographie du chapitre I	66

I.1 Introduction

L'enroulement filamentaire est le procédé industriel le plus utilisé pour la fabrication des réservoirs de stockage à haute pression en matériaux composites. Il s'agit d'un procédé de fabrication par dépôt continu de fibres (ou rovings) préalablement imprégnées sur un moule ou un mandrin ayant un mouvement de rotation. Ce procédé est donc particulièrement adapté à la fabrication de pièces présentant une symétrie de révolution comme les réservoirs de stockage. Dans le cadre des réservoirs, les fibres sont déposées sur un moule, appelé *liner*, qui assure la fonction d'étanchéité du réservoir. En fonction de la technologie employée, deux types d'enroulement peuvent être distingués :

- l'enroulement par voie sèche : utilisation de fibres pré-imprégnées, l'enroulement peut s'effectuer directement sur le liner ;
- l'enroulement par voie humide : les fibres devront être imprégnées de résine soit dans un bain, soit par un rouleau doseur.

D'autres technologies de mise en œuvre ont également été développées (bandelettes pré-imprégnées [I¹] ou frettage d'étoupes ou encore mise en œuvre par moule fermé de préformes de fibres sèches selon le procédé RTM [I², I³], figure I.1).

Toutefois dans le cadre de cette étude, seul l'enroulement filamentaire traditionnel sera considéré puisqu'il s'agit de la technologie qui sera utilisée lors des réalisations des réservoirs par un des partenaires de cette étude.

Plusieurs méthodes de bobinage des fibres de renfort peuvent être employées lors de la fabrication d'un réservoir cylindro-sphérique. On distingue parmi elles :

- l'enroulement circonférentiel ;
- l'enroulement polaire ou satellite ;
- l'enroulement hélicoïdal.

Les enroulements de type circonférentiel et hélicoïdal sont effectués par translation de la tête d'enroulement le long de l'axe du réservoir, tandis que les enroulements de type polaire sont obtenus lorsque la tête d'enroulement est animée d'un mouvement de rotation autour du mandrin (figure I.2). Le réglage de la vitesse de déplacement du système de guidage ou tête d'enroulement par rapport à la vitesse de rotation du mandrin permet d'obtenir soit un enroulement circonférentiel soit un enroulement hélicoïdal. Les deux types d'enroulement seront alors distingués par l'angle d'enroulement (proche des 90° par rapport à l'axe du réservoir dans le cas des plis circonférentiels).

Les réservoirs qui seront fabriqués et étudiés dans cette étude seront issus de la combinaison des enroulements de type circonférentiel et hélicoïdal par voie sèche. Le banc de fabrication ne permettant pas de réaliser des enroulements de type polaire.

Partant de ces faits, ce premier chapitre a pour but d'introduire les développements réalisés en matière de simulations d'enroulement filamentaire. En effet, les simulations numériques actuelles des réservoirs, obtenus par enroulement filamentaire, sont essentiellement limitées par les manques de connaissance au sujet des angles et épaisseurs d'enroulement. À ce stade, il s'agit donc de se doter d'un outil de calcul performant capable de



(a) Réservoir issu du procédé RTM



(b) Moule RTM

Figure I.1 – Mise en œuvre d'un réservoir par le procédé RTM [I³].

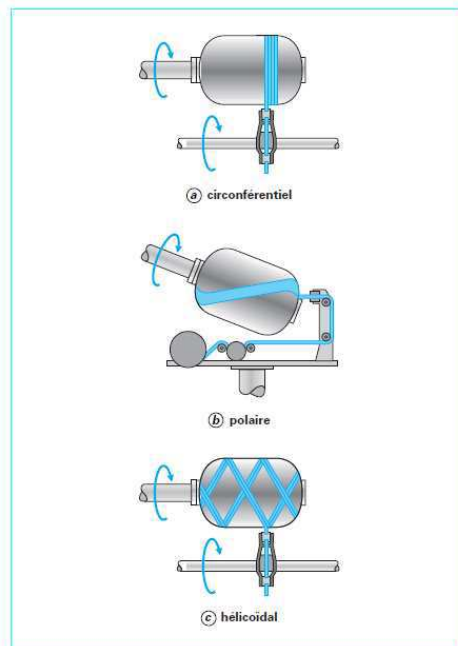


Figure I.2 – Fabrication de réservoirs cylindro-sphériques par enroulement filamentaire [I²].

prédire, en fonction de la structuration choisie, les évolutions des angles et des épaisseurs d'enroulement dans les dômes des réservoirs. Ceci constitue un enjeu très important (i) dans l'objectif de conduire la campagne d'optimisation structurelle de ces réservoirs et (ii) pour simuler le comportement mécanique du réservoir. Pour ce faire, ce chapitre est organisé en trois sections distinctes :

- un bref descriptif des techniques d'enroulement permettant de situer les avantages et inconvénients de chacune et de présenter le socle du développement du modèle de structuration ou d'enroulement ;
- la présentation du modèle de structuration à proprement parler ;
- la présentation des résultats des simulations du modèle, ainsi que leurs comparaisons avec l'expérience.

I.2 Techniques d'enroulement

La performance d'une structure composite repose essentiellement sur l'adéquation entre les directions de chargement et la distribution du renfort fibreux. Dès lors, différentes stratégies d'enroulement ont été considérées dans la littérature pour optimiser la trajectoire des fibres avec les directions optimales de chargement. Ceci dans le but de réduire la masse des réservoirs et de proposer par extension des réservoirs plus compétitifs économiquement.

Typiquement, les réservoirs de stockage à haute pression sont constitués d'une partie cylindrique, nommée *virole*, et de deux parties elliptiques fermant le réservoir : les *dômes*. Ce type de géométrie est en effet la plus adaptée aux contraintes de capacité de stockage et de reprise d'efforts. La conception des dômes est d'une importance cruciale à la fois en termes de reprise des chargements mécaniques mais également dans le comportement à la rupture du réservoir. Une attention particulière dans leur conception mécanique doit donc leur être accordée : choix des matériaux, de la géométrie des embases, de la structuration composite.

Plusieurs techniques d'enroulement des fibres ont été considérées par la communauté scientifique. La plupart des études qui ont été consacrées à ce sujet portent sur l'optimisation de la conception des dômes, considérés comme étant les parties du réservoir les plus problématiques. Le principal objectif de ces techniques est de réduire la masse totale du réservoir sans altérer la résistance mécanique de celui-ci (optimisation iso-performance).

On distingue généralement les techniques d'enroulement suivantes :

- l'enroulement géodésique ;
- l'enroulement non-géodésique ;
- l'enroulement delta-axisymétrique ;
- l'enroulement quasi-géodésique ;
- l'enroulement par splines.

Cette partie a donc pour but de présenter et de comparer de manière succincte ces différentes techniques d'enroulement. Ceci afin de choisir et d'utiliser la stratégie d'enroulement la plus efficace mécaniquement en adéquation avec la géométrie, le procédé de fabrication retenu et les possibilités d'optimisation qui constituent l'enjeu de cette étude.

I.2.1 Enroulement géodésique

Les trajectoires géodésiques ont été le sujet de nombreuses études [I⁴–I⁶]. Une trajectoire géodésique représente le plus court chemin pour rejoindre deux points arbitraires sur une surface continue. Ce type d'enroulement, également appelé enroulement isotensoïde, présente plusieurs avantages :

- stabilité naturelle ou auto-stabilité (aucun glissement) ;
- simplicité d'utilisation ;
- unicité de l'équation (équation de Clairaut) et de la solution analytique.

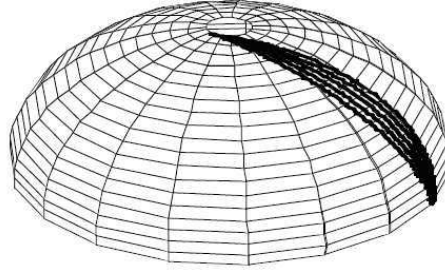


Figure I.3 – Plusieurs trajectoires de fibres, de la géodésique aux non-géodésiques [I¹³, I¹⁴].

De part leurs avantages, les enroulements géodésiques sont très majoritairement utilisés industriellement, cependant le caractère restrictif des trajectoires géodésiques en termes de domaine de recherche et de possibilités d'enroulement conduit aujourd'hui à considérer d'autres types de méthodes d'enroulement. En effet, un enroulement géodésique limite les possibilités de conception de part :

- la nécessité d'un placement tangentiel de la fibre aux pôles des dômes ;
- le fait que l'angle d'enroulement initial impose un point de départ ;
- le caractère unique de la trajectoire basée sur le profil méridien.

Ainsi l'enroulement global du réservoir est prédéterminé par la position et l'angle initial d'enroulement. Autrement dit : il n'existe qu'un seul chemin géodésique passant par un point particulier avec un angle initial donné. Il apparaît donc que les évolutions géodésiques puissent ne pas être les chemins optimaux pour maximiser la résistance mécanique du fait qu'elles ne correspondent pas forcément aux directions optimales du chargement.

I.2.2 Enroulement non-géodésique

Les trajectoires non-géodésiques offrent une réponse intéressante concernant l'élargissement des conditions de conception. La différence fondamentale avec les évolutions géodésiques réside en la prise en compte d'un paramètre de glissement λ permettant de s'écarter de la trajectoire géodésique. Elles offrent donc un plus grand panel de possibilités et d'opportunités qui pourrait permettre d'obtenir une évolution capable d'une meilleure reprise des chargements par les fibres. Beaucoup de travaux traitent des enroulements non-géodésiques [I⁷–I¹²].

La figure I.3 illustre ces propos : différentes trajectoires de fibres sont représentées sur un même dôme elliptique.

I.2.3 Enroulement delta-axisymétrique

Le principe de la technique de l'enroulement delta-axisymétrique repose sur la volonté d'uniformiser l'épaisseur de matériaux composites dans les dômes afin d'éviter les

problèmes de chevauchement, de sauts de fibres pouvant conduire à des fragilités structurales aux niveaux des embases, figure I.4. Une description plus détaillée de cette méthode est présentée dans la publication [I¹⁵].

Bien que cette technique présente les avantages d'offrir une bonne reprise des contraintes dans les dômes, de limiter le renforcement excessif causé par le sur-empilement des fibres aux pôles et donc d'apporter un gain de masse, plusieurs inconvénients viennent nuancer sa facilité de mise en œuvre et d'utilisation. Parmi ces inconvénients, on peut citer :

- le domaine d'application limité à des dômes sphériques (une optimisation topologique étant exclue) ;
- la présence de discontinuités dans l'épaisseur ;
- le mauvais renforcement de la zone cylindrique du réservoir, de nombreux plis circonférentiels seront à rajouter, diminuant d'autant le gain de masse dans les dômes ;
- la stratégie d'enroulement complexe : chaque pli possède un angle d'enroulement différent ; nécessité de définir explicitement plusieurs circuits d'enroulement pour chaque pli, problème de stabilité (glissement) ;
- le temps de conception important (nombreuses itérations de calcul nécessaires) ;
- les programmes machine lourds ;
- la gamme de réservoirs limitée (le nombre de possibilités d'enroulement diminue inversement avec la longueur du réservoir).

Du fait de ces considérations, ce type de technique pourrait se révéler très difficile à implémenter dans un modèle EF et à mettre en œuvre dans une procédure d'optimisation : une telle procédure étant consommatrice en temps de calcul et donc coûteuse dans le cadre d'une utilisation industrielle. De plus, l'effet bénéfique d'une telle technique n'est pas garanti.

I.2.4 Enroulement quasi-géodésique

Une évolution quasi-géodésique est une extension des évolutions géodésiques obtenues pour des surfaces de révolution particulières (dôme, cylindre) à des surfaces de révolution plus généralistes (coude, rétrécissement). Le principe étant de découper la surface de révolution, souvent complexe, en surfaces plus petites pouvant être assimilées à des surfaces particulières. Ceci dans le but de pouvoir utiliser les formulations géodésiques correspondantes et ainsi obtenir un enroulement global de la structure. La figure I.5 illustre ces propos.

Une description plus détaillée de cette méthode est présentée dans l'étude [I¹⁰]. L'un des problèmes de cette méthode étant son relatif manque de précision et son caractère inadapté à la géométrie des réservoirs.

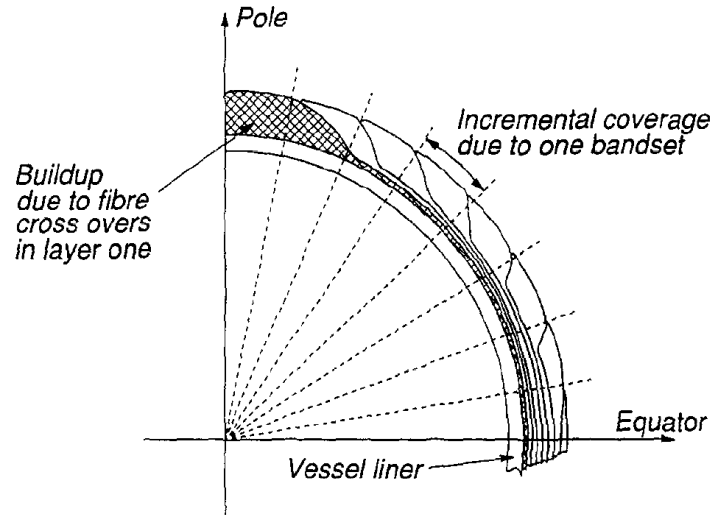


Figure I.4 – Section transverse d'une sphère delta-axisymétrique [I¹⁵].

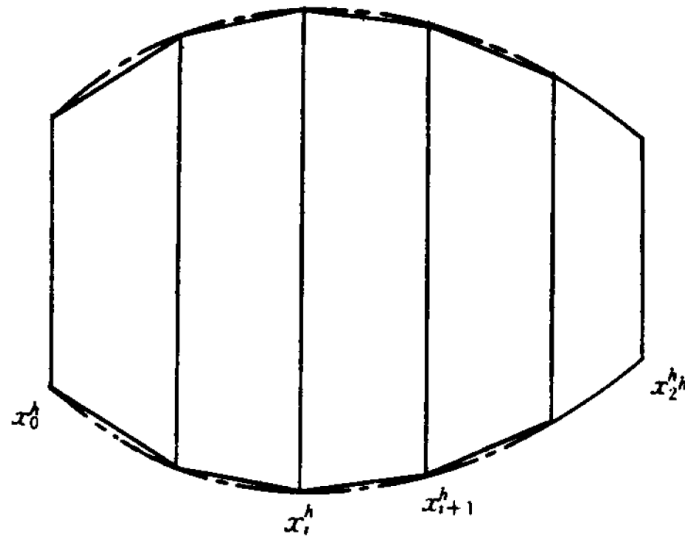


Figure I.5 – Subdivision de la surface de révolution en surfaces coniques [I¹⁰].

I.2.5 Enroulement par splines

Une alternative aux évolutions non-géodésiques est proposée dans [I¹⁶]. Celle-ci utilise des trajectoires basées sur des splines auxquelles s'ajoutent des conditions de stabilité de trajectoires. Le principal avantage de ce type d'enroulement est de bénéficier d'un domaine de recherche étendu car celui-ci n'est pas borné et prédéterminé pas les conditions aux limites ou par des conditions de connexion. L'utilisation de splines semble efficace mais davantage d'études doivent être conduites pour les généraliser à d'autres types de surface (autres que les cylindres et les cônes) et ainsi pouvoir en bénéficier dans le cadre de l'enroulement des dômes d'un réservoir. Ce type d'évolution peut en revanche être généralisé à des surfaces de révolution non-axisymétrique par couplage avec des évolutions géodésiques.

I.2.6 Comparatif et conclusion

Le tableau I.1 résume les différentes techniques d'enroulement qui ont été étudiées et considérées dans ce travail. À la vue des avantages et inconvénients de chacune, la technique d'enroulement non-géodésique ou semi-géodésique¹ nous semble la plus pertinente des points de vue des possibilités de recherche dans le cadre d'une optimisation, de sa facilité d'implémentation dans un code EF et outil-métier et du point de vue des performances structurelles et mécaniques. Dans cette étude, les évolutions des trajectoires des fibres dans les dômes seront donc évaluées par le biais de cette technique.

1. Strictement parlant, les enroulements delta-axisymétrique et par splines sont également des enroulements non-géodésiques. Dans cette étude, le terme « non-géodésique » fera référence aux enroulements où la trajectoire de la fibre dévie de la trajectoire géodésique.

I.3 Modèle d'enroulement

Techniques d'enroulement	Avantages	Inconvénients
Enroulement géodésique	Simple Auto-stable Solution analytique	Dépend fortement des conditions aux limites Forte restriction du domaine de recherche
Enroulement non-géodésique	Simple Plus de possibilités	Détermination du coefficient de glissement Domaine de recherche limité
Enroulement delta-axisymétrique	Epaisseur uniforme dans les dômes Comportement quasi-isotrope dans les dômes	Complexité Gamme de réservoirs limitée Implémentation EF difficile Coût Temps de calcul Difficulté d'utilisation Renforcement nécessaire dans la virole et aux jonctions dômes-virole Discontinuités dans l'épaisseur
Enroulement quasi-géodésique	Surface de révolution non-axisymétrique	Précision limitée Existence de méthodes d'enroulement plus performantes pour les réservoirs
Enroulement par splines	Surface de révolution non-axisymétrique Domaine de recherche étendu	Applications actuelles limitées aux cylindres et cônes Conditions de stabilité à déterminer Complexité

Tableau I.1 – Comparatif des techniques d'enroulement

I.3 Modèle d'enroulement

Comme précisé dans l'introduction générale, l'optimisation des réservoirs de stockage de l'hydrogène constitue un enjeu important des points de vue industriels et environnementaux. La campagne d'optimisation, telle que définie dans le cahier des charges de cette étude, portera uniquement sur l'optimisation structurelle du réservoir (optimisation du nombre de plis, séquençage des plis, angles d'enroulement...). L'optimisation géométrique du réservoir ne sera pas traitée dans le cadre de cette étude. Le critère d'optimisation retenu est la masse du réservoir. Les méthodes d'optimisation, qui ont été utilisées, seront présentées dans le chapitre consacré à l'optimisation.

Afin de mener à bien l'optimisation structurelle du réservoir, il est important de disposer d'un modèle de simulation capable de prévoir les orientations des angles et des épaisseurs des différentes couches dans les dômes des réservoirs, et ceci en fonction de la structuration de la virole. En effet, les études conduites ont montré que la structuration des dômes influençait grandement, via le report de contraintes, le comportement de la virole. Une bonne prévision de la structuration des dômes est donc essentielle pour retranscrire fidèlement à la fois le comportement global du réservoir mais également son mode de rupture ou d'éclatement.

Cette partie détaille donc le modèle de simulation de la structuration des dômes qui a été mis en place dans l'optique de l'optimisation. Celui-ci est basé sur la technique des enroulements non-géodésiques, présentée ci-dessus, à laquelle de nombreuses améliorations,

par rapport aux modèles existants, ont été ajoutées. On notera en particulier l'intégration de la gestion de structurations multi-couches, afin de satisfaire les besoins de la campagne d'optimisation.

I.3.1 Besoins de l'optimisation et limites des modèles existants

De nombreuses études [I¹, I¹², I¹⁷–I²⁵] traitent de l'optimisation des réservoirs. Cependant les démarches d'optimisation employées sont généralement focalisées sur certaines parties ou aspects du réservoir : optimisation de la forme des dômes, optimisation du laminé dans la virole ou encore optimisation globale limitée à une seule couche hélicoïdale. Étant donné que le comportement mécanique (pression d'éclatement et mode de rupture notamment) dépendent de la géométrie et du renforcement à la fois des dômes et de la virole, la démarche d'optimisation se doit de considérer ces deux parties. Il s'agit également d'une nécessité pour s'assurer de la faisabilité de l'enroulement. Par ailleurs, considérer des laminés avec plusieurs plis d'orientations différentes devrait également élargir le domaine de recherche des méthodes d'optimisation [I²¹].

Deux modèles [I²⁶, I²⁷] sont disponibles dans la littérature pour le calcul des caractéristiques géométriques des dômes comprenant des structurations multi-séquences². Comme le modèle proposé dans ce travail, ces modèles sont basés (i) sur la combinaison d'une méthode de calcul des épaisseurs des plis et d'une méthode de calcul des angles d'enroulement dans les dômes et (ii) sur le changement de la surface de dépose avant l'enroulement d'un nouveau pli ou d'une nouvelle couche. Cet aspect est primordial pour assurer des prédictions précises du comportement mécanique des dômes. En effet, comme mentionné dans [I²⁶], l'angle et l'épaisseur d'enroulement sont étroitement liés : les évolutions des épaisseurs des plis dans les dômes dépendent des angles d'enroulement des plis précédemment bobinés et les évolutions des angles d'enroulement dépendent des surfaces de dépose et donc des épaisseurs des plis. La considération de ces deux aspects est donc vitale pour prédire le comportement des dômes.

Cependant, quelques aspects dans le fonctionnement de ces modèles de prédiction les rendent peu utilisables dans une tâche d'optimisation complète et réaliste. En particulier, leurs capacités de prédiction sont peu adaptées à un contexte d'optimisation :

- Le modèle proposée par Hong [I²⁶] est basé sur l'équation de Clairaut pour la détermination des épaisseurs des plis. Cette méthode de calcul des épaisseurs est connue pour être défaillante pour la prédiction des épaisseurs en fin d'enroulement et être indépendante de certains paramètres procédés tels que la largeur de la bande d'enroulement par exemple qui s'avère être un paramètre d'enroulement très important dans le calcul des épaisseurs, comme constaté par Wang [I²⁸]. Dans cette étude, la méthode de calcul des épaisseurs proposée par Wang dans [I²⁸] sera utilisée pour mieux prendre en compte les effets des paramètres expérimentaux sur la prédiction

2. Une structuration multi-séquences est une structuration comprenant plusieurs plis avec des angles d'enroulement en virole différents.

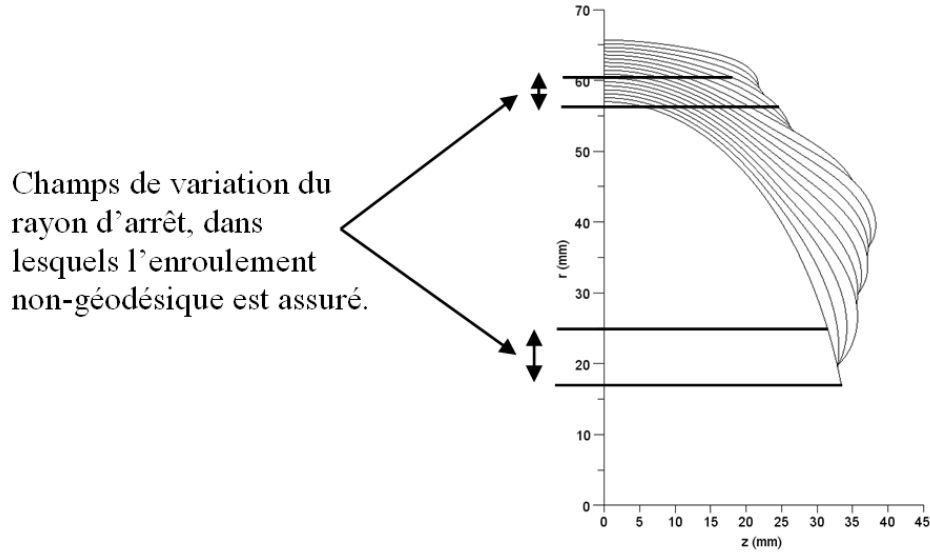


Figure I.6 – Domaine de variation du rayon d'arrêt en fonction de la position dans la structuration. Celui-ci n'est pas constant.

des dômes. Bien que le modèle proposé par Hong considère les évolutions des angles avec les épaisseurs, le modèle semble limité à l'utilisation d'une seule couche hélicoïdale. Nous pouvons imaginer une extension de ce modèle mais à cause de l'utilisation de la formulation de Clairaut dans le calcul des épaisseurs des plis, des corrections d'épaisseurs sont nécessaires en fin d'enroulement. Les corrections d'épaisseurs telles que proposées (corrections constantes) par Hong dans son modèle engendrent systématiquement des discontinuités de courbure en fin d'enroulement empêchant de ce fait le bobinage d'une nouvelle couche par dessus la précédente.

- Le modèle proposé dans le code EF industriel ABAQUS [I²⁷, I²⁹, I³⁰], utilise deux paramètres dans le calcul des trajectoires non-géodésiques : l'angle d'enroulement initial³ et le rayon en fin d'enroulement³ qui doit et peut être arbitrairement spécifié indépendamment de la faisabilité de l'enroulement non-géodésique. Ce dernier est donc un paramètre semi-empirique qui est de plus sujet à changement au cours de l'enroulement. Autrement dit, entre les premiers plis bobinés et les derniers, le champ de variation de ce paramètre, dans lequel la faisabilité de l'enroulement non-géodésique est assurée, n'est pas constant (figure I.6). Pour des enroulements non-géodésiques, la capacité prédictive du modèle est donc fortement liée à l'expérience de l'expérimentateur. Dans le modèle proposé, les trajectoires non-géodésiques des fibres sont calculées à partir de l'équation (I-1) (page 22), dans laquelle tous les paramètres ont une signification physique.

En considérant tous ces aspects et à partir de la généralisation délicate des méthodes [I¹², I²⁸], nous proposons un modèle d'enroulement capable de prédire les caracté-

3. Les termes « d'enroulement initial » et de « rayon en fin d'enroulement » ou « rayon d'arrêt » sont définis dans la section suivante ou dans la nomenclature.

ristiques géométriques de structurations composites multi-séquences dans les dômes d'un réservoir.

I.3.2 Concepts

I.3.2.1 Détermination de l'angle d'enroulement

Dans une optique d'optimisation, il est important de pouvoir calculer les évolutions des angles d'enroulement des fibres dans les dômes. Celles-ci assurent en effet, par leur reprise d'effort, la résistance du réservoir au chargement en pression. De plus, il est impossible pour des raisons de coûts et de temps d'effectuer des mesures expérimentales des angles pour chaque configuration de réservoir envisagée. Ceci impose donc de posséder un moyen de calcul de ces évolutions d'angles.

Dans le cas du bobinage non-géodésique et de dômes à profil elliptique⁴, l'équation (I-1) issue de la littérature [I⁷, I¹², I¹⁸, I³¹] permet de prévoir les évolutions des angles d'enroulement dans les dômes.

$$\frac{d\alpha}{dz} = \lambda \left[\frac{\sin \alpha \tan \alpha}{r} - \frac{r''}{1 + r'^2} \cos \alpha \right] - \frac{r' \tan \alpha}{r} \quad (\text{I-1})$$

où α est l'angle d'enroulement (défini entre la fibre et le méridien du dôme), r et z les coordonnées de la couche sur le dôme telles que définies sur la figure I.7, r' , r'' les dérivées première et seconde de r par rapport à z et λ le coefficient de glissement de la fibre sur la surface sur laquelle elle est bobinée.

L'évolution de l'angle, régie par cette équation, est également appelée dans la littérature « évolution semi-géodésique » car elle découle de l'équation non-géodésique générale par simplifications géométriques. On peut remarquer que lorsque λ vaut zéro, la solution de l'équation différentielle (I-1) est l'équation de Clairaut (I-2), qui se trouve être l'équation générale des évolutions géodésiques (cf. Annexe A.1, page 177). Un coefficient de glissement λ nul signifie en effet qu'il n'y a pas de friction et que le chemin est auto-stable. Ainsi les évolutions géodésiques sont un cas particulier d'évolutions non-géodésiques.

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right) \quad (\text{I-2})$$

L'implémentation dans le modèle de l'équation (I-1) comme équation générale de calcul des évolutions des angles permettra donc d'élargir les possibilités d'optimisation puisque les deux types d'enroulement seront directement disponibles. De plus le regroupement sous une seule formulation facilitera l'optimisation. Cependant, aucune solution analytique n'existe pour $\lambda \neq 0$, cela implique donc d'utiliser des méthodes d'intégration numérique pour calculer les évolutions des angles. Dans notre cas et pour limiter les erreurs d'approximation numérique, les calculs seront obtenus via la méthode itérative

4. Il s'agit de la forme générale du dôme, pour des dômes à profil conique l'équation (I-1) serait différente.

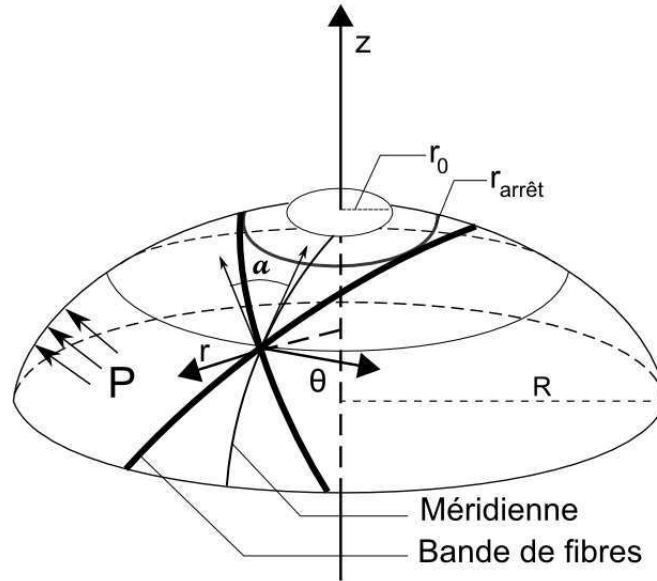


Figure I.7 – Exemple de dôme elliptique [I¹²], r_0 représente le rayon d'ouverture du dôme au niveau de l'embase, R représente le rayon du dôme à l'équateur ou au niveau de la virole et P la pression de chargement.

d'intégration Runge-Kutta à l'ordre 4. Pour assurer la convergence des résultats, l'utilisation d'au moins 30 000 points d'intégration numérique est requise.

Deux schémas d'intégration numérique peuvent être utilisés pour déterminer les évolutions des angles d'enroulement :

- le schéma implicite, ce schéma permet de trouver l'angle d'enroulement du pli dans la virole du réservoir à partir de la position de l'arrêt de l'enroulement (retournement de la bande de fibre) dans le dôme ;
- le schéma explicite, qui à l'inverse du schéma implicite, permet de choisir l'angle d'enroulement dans la virole α_R comme paramètre d'entrée au calcul de l'évolution. Avec ce schéma, dès lors que l'angle d'enroulement atteint les 90° , l'équation (I-1) devient non définie mettant ainsi un terme à l'enroulement (arrêt d'enroulement). Pour des raisons de stabilité du modèle, l'angle d'enroulement sera forcé à zéro après l'arrêt⁵.

Les deux schémas ne diffèrent essentiellement que par les conditions initiales appliquées lors de l'intégration numérique :

$$\begin{cases} \alpha_{i-1} = \alpha_i - \frac{h}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \\ \alpha_n = \alpha_{arrêt} = 89^\circ \end{cases} \quad \text{dans le cas du schéma implicite} \quad (\text{I-3})$$

5. Techniquement, il est impossible de bobiner un réservoir avec un angle d'enroulement nul, cette valeur particulière sera utilisée, dans le cadre de la programmation, pour renseigner le calcul des épaisseurs d'enroulement.

Chapitre I : Proposition d'un modèle de simulation d'enroulement filamentaire

ou

$$\begin{cases} \alpha_{i+1} = \alpha_i + \frac{h}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \\ \alpha_0 = \alpha_R \end{cases} \quad \text{dans le cas du schéma explicite} \quad (\text{I-4})$$

où h est le pas d'intégration, k_1, k_2, k_3 et k_4 les variables associées (ci-dessous) à la méthode d'intégration, α_n la valeur de l'angle à l'arrêt d'enroulement ($\alpha_{\text{arrêt}}$), α_0 la valeur de l'angle dans la virole (α_R) et les α_i les valeurs des angles d'enroulement aux points d'intégration.

$$\begin{cases} k_1 = \lambda_i \left[\frac{\sin \alpha_i \tan \alpha_i}{r_i} - \frac{r_i''}{1+r_i'^2} \cos \alpha_i \right] - \frac{r_i' \tan \alpha_i}{r_i} \\ k_2 = \lambda_i \left[\frac{\sin \tilde{\alpha}_i \tan \tilde{\alpha}_i}{r_i + \frac{h}{2}} - \frac{r_i'' + \frac{h}{2}}{1+(r_i' + \frac{h}{2})^2} \cos \tilde{\alpha}_i \right] - \frac{(r_i' + \frac{h}{2}) \tan \tilde{\alpha}_i}{r_i + \frac{h}{2}} \\ k_3 = \lambda_i \left[\frac{\sin \hat{\alpha}_i \tan \hat{\alpha}_i}{r_i + \frac{h}{2}} - \frac{r_i'' + \frac{h}{2}}{1+(r_i' + \frac{h}{2})^2} \cos \hat{\alpha}_i \right] - \frac{(r_i' + \frac{h}{2}) \tan \hat{\alpha}_i}{r_i + \frac{h}{2}} \\ k_4 = \lambda_i \left[\frac{\sin \check{\alpha}_i \tan \check{\alpha}_i}{r_i + h} - \frac{r_i'' + h}{1+(r_i' + h)^2} \cos \check{\alpha}_i \right] - \frac{(r_i' + h) \tan \check{\alpha}_i}{r_i + h} \end{cases} \quad (\text{I-5})$$

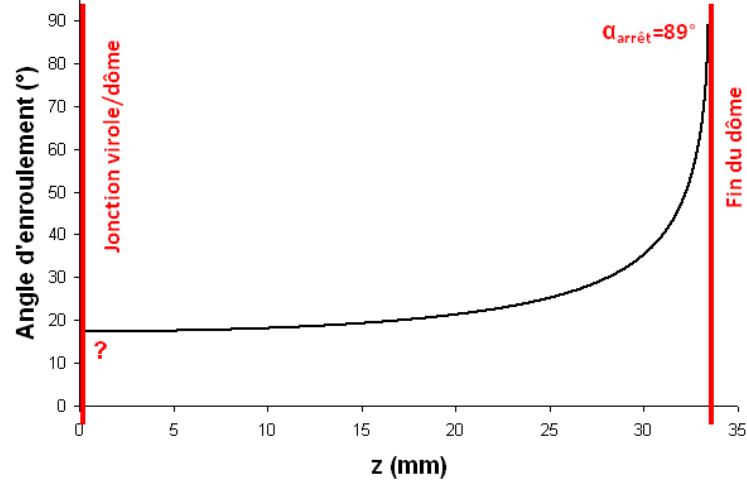
avec λ_i tel que défini dans la section I.3.2.2 (équation (I-10), page 26), r_i le rayon, r_i' , r_i'' les dérivées du rayon au point d'intégration considéré et :

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_i = \alpha_i - \frac{h}{2} k_1 \\ \hat{\alpha}_i = \alpha_i - \frac{h}{2} k_2 \\ \check{\alpha}_i = \alpha_i - h k_3 \end{cases} \quad (\text{I-6})$$

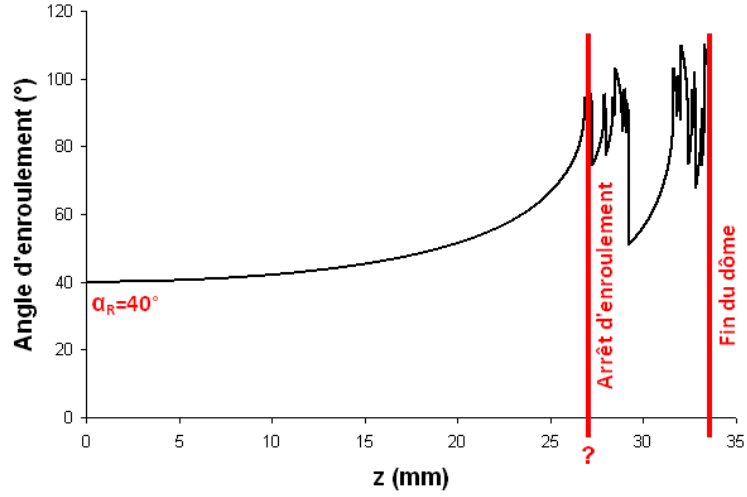
Pour des raisons de résistance du réservoir, il apparaît important de prévoir au minimum un pli recouvrant la totalité des dômes. Dans le cas contraire, les embases métalliques du réservoir ne seraient retenues que par le liner, ce qui au moindre chargement en pression compromettrait l'étanchéité et la résistance du réservoir. Le schéma d'intégration implicite (figure I.8(a)) se révèle particulièrement utile dans ce cas pour déterminer l'angle d'enroulement du pli nécessaire au recouvrement complet des dômes, puisque celui-ci admet comme paramètre d'entrée la cote z ou le rayon r souhaité. Il suffit donc de renseigner le rayon extérieur du bouchon de l'embase pour calculer l'angle adéquat d'enroulement de ce pli. Bien entendu, cet angle d'enroulement dépendra de la géométrie de l'embase (rayon extérieur), du profil du dôme et des éventuels glissements autorisés.

À l'inverse, le schéma d'intégration explicite (figure I.8(b)), admettant comme paramètres d'entrée les angles d'enroulement des plis dans la virole, permet de calculer les arrêts d'enroulement des différents plis dans les dômes. Ce schéma est donc adapté à une utilisation en optimisation puisqu'il permettra de balayer tout le domaine de recherche portant sur le paramètre « angle d'enroulement » dans la virole. Ainsi la détermination de la structuration des dômes fera appel aux deux schémas d'intégration.

En pratique, les évolutions théoriques des angles d'enroulement ne définissent pas les trajectoires réelles des fibres dans les dômes. Celles-ci sont plutôt rectilignes. Les évolutions



(a) Schéma implicite : à partir de la cote d'arrêt d'enroulement, on cherche l'angle α_R du pli dans la virole.



(b) Schéma explicite : à partir de l'angle d'enroulement du pli de la virole (α_R), on cherche la cote de l'arrêt d'enroulement. L'arrêt de l'enroulement est obtenu lorsque α est égal à $\alpha_{arrêt}$.

Figure I.8 – Exemple de mise en œuvre des schémas d'intégration, évolution de l'angle d'enroulement en fonction de z sur le dôme, $z = 0$ correspond à la jonction dôme-virole.

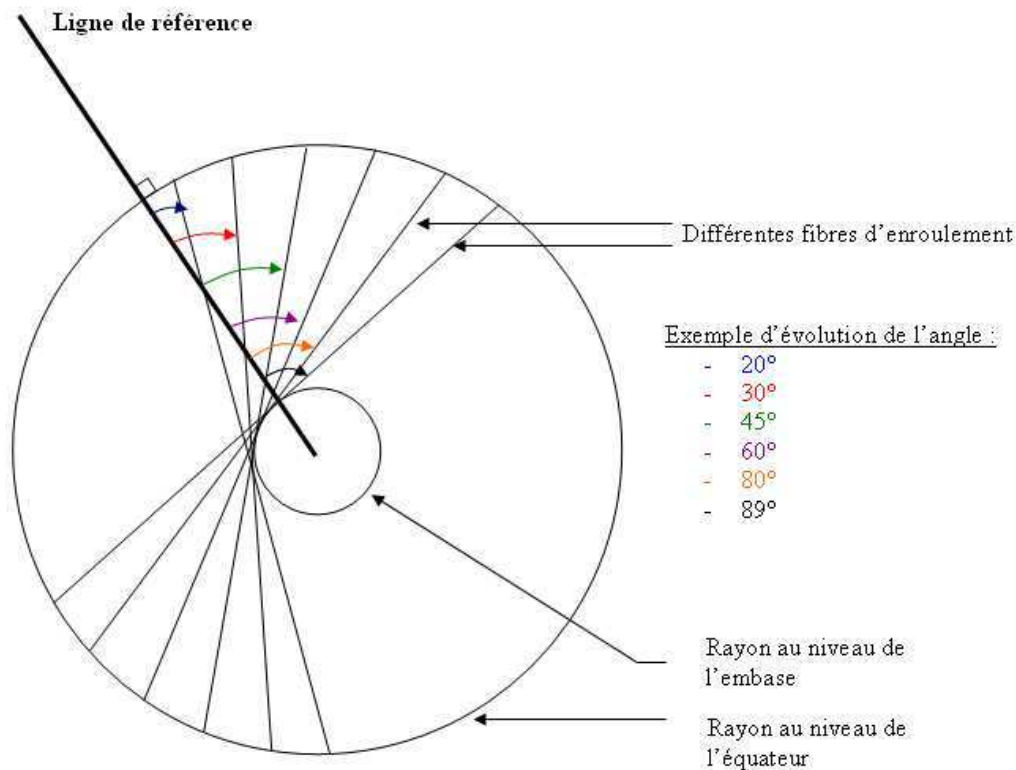


Figure I.9 – Représentation schématique d'un dôme (vue de face).

des angles ne sont en fait que la représentation de l'évolution de l'angle formé entre une ligne de référence (orientée suivant z à un θ fixé) et les différentes fibres coupant cette ligne. Ainsi à chaque angle de l'évolution correspond une fibre différente, comme illustré figure I.9.

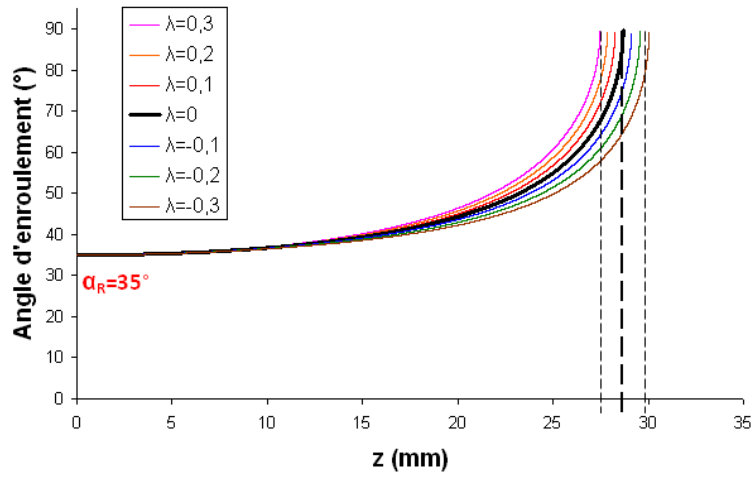
On remarque également sur cette figure la concentration de fibres qui est à l'origine des fortes épaisseurs vers le pôle (cf. section I.3.2.3, page 30).

I.3.2.2 Coefficient de glissement

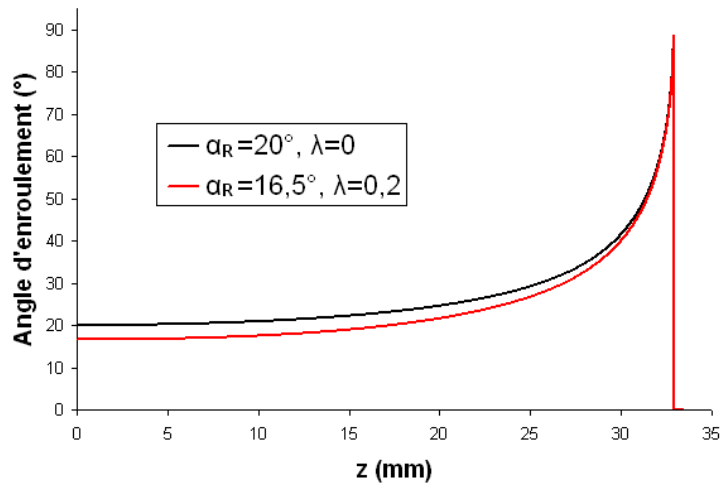
Tout l'intérêt de la technique d'enroulement non-géodésique réside dans la possibilité de s'éloigner de la trajectoire auto-stable ou géodésique (cf. figure I.3, page 15), ceci afin d'élargir les possibilités d'enroulement dans les dômes pour un pli possédant le même angle d'enroulement dans la virole. Ainsi en introduisant, de la friction entre la fibre et la surface de révolution sur laquelle elle est bobinée, il est possible en fonction de la valeur de cette friction (ou coefficient de glissement) d'obtenir plusieurs arrêts d'enroulement pour un même angle initial d'enroulement dans la virole (figure I.10(a)) ou d'obtenir plusieurs angles d'enroulement dans la virole pour un même arrêt d'enroulement (figure I.10(b)).

En fonction de la valeur de ce coefficient de glissement λ , on parlera :

- d'enroulement géodésique pour $\lambda = 0$;



(a) Influence de la valeur du coefficient de glissement λ sur les positions des arrêts d'enroulement.



(b) Influence de la valeur du coefficient de glissement λ sur l'angle d'enroulement du pli dans la virole.

Figure I.10 – Influence du coefficient de glissement, évolution de l'angle d'enroulement en fonction de z sur le dôme.

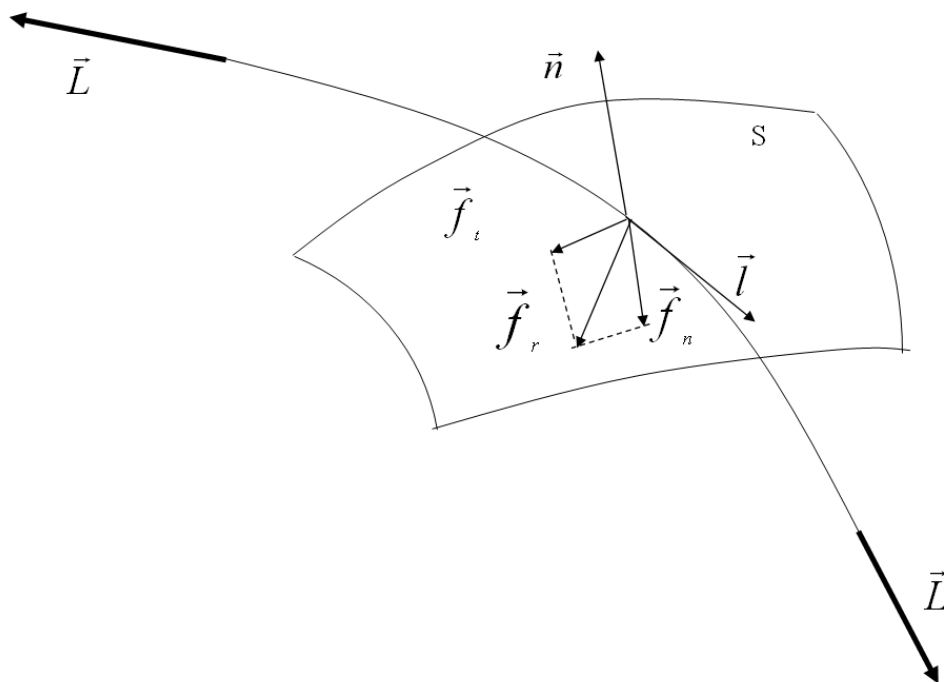


Figure I.11 – Trajectoire de la fibre soumise à un chargement de traction [I⁷].

- d'enroulement non-géodésique négatif pour $\lambda < 0$;
- d'enroulement non-géodésique positif pour $\lambda > 0$.

Plusieurs contraintes (stabilité d'enroulement, points d'inflexion, limitations techniques du procédé de fabrication) font que toutes les trajectoires de fibre ne peuvent pas être forcément bobinées dans la pratique. Certaines conditions et concepts de base, décrits de manière succincte dans l'étude [I⁷], sont en effet à satisfaire pour générer des évolutions de fibres réalistes. La principale condition à respecter concerne la stabilité de l'enroulement généré : la force transversale agissant sur la fibre doit être inférieure à la force de friction agissant entre le mandrin et la fibre. Sous la pression interne du réservoir, la fibre est en équilibre sous l'effet combiné des forces \vec{L} et \vec{f}_r , exprimées selon $\vec{f}_r = \frac{d\vec{L}}{ds}$ où S est la surface de révolution (figure I.11).

Le coefficient de glissement est défini par le ratio entre les forces transverses et normales :

$$\lambda = \frac{\|\vec{f}_t\|}{\|\vec{f}_n\|} \quad (\text{I-7})$$

où \vec{f}_t et \vec{f}_n sont les projections de la force de réaction de la surface de révolution dans le repère local de la fibre.

De même, on définit la force de friction \vec{f}_{fric} par :

$$\vec{f}_{fric} = \lambda_s \vec{f}_n \quad (\text{I-8})$$

où λ_s est le coefficient de frottement statique, valeur maximale du coefficient de glissement au delà de laquelle il devient impossible de bobiner.

Pour rester dans le domaine de stabilité la force transverse \vec{f}_t doit rester inférieure à la force de friction (loi de Coulomb). La condition de stabilité se résume donc à :

$$\|\vec{f}_t\| \leq \|\vec{f}_{fric}\| \text{ ou encore à } |\lambda| \leq \lambda_s \quad (\text{I-9})$$

Le coefficient de frottement statique, dont la valeur dépend de nombreux paramètres (nature des matériaux, rugosité des surfaces, largeur de la bande d'enroulement, viscosité, profil des dômes...), est en général difficilement mesurable. Il est d'ailleurs susceptible d'évoluer au cours de l'enroulement entre le premier pli où le contact de la fibre s'effectue sur le liner et les autres plis où le contact s'effectue sur les plis antérieurs. Bien que des méthodes de mesure aient été mises en place [I³², I³³], nous adopterons des ordres de grandeur trouvés dans la littérature [I¹, I¹², I³², I³³] qui stipulent que le coefficient de frottement statique est inférieur à 0,2 pour des enroulements en voie humide et est inférieur à 0.5 pour des enroulements en voie sèche.

D'autres conditions de faisabilité peuvent être employées :

- la condition de concavité (cf. étude [I⁷]) : $\vec{n} \cdot \vec{f}_r \leq 0$ doit être prise en compte quand les surfaces de révolution présentent des zones potentielles de discontinuité de contact ;
- des conditions d'inflexion (cf. étude [I²³]) doivent dans certains cas être appliquées pour éviter les points d'inflexion. Ceux-ci engendrent en effet des relâchements de fibres conduisant à des fragilités locales pouvant pénaliser mécaniquement la structure globale.

Pour assurer la continuité C^1 de l'enroulement entre la virole et les dômes et donc un enroulement réaliste, l'équation (I-10), introduite dans l'étude [I¹²], sera utilisée :

$$\lambda = \lambda_{max} \cos \left(\frac{\pi (r - r_{arrêt})}{2 (R - r_{arrêt})} \right) \quad (\text{I-10})$$

ou encore avec les notations des schémas d'intégration :

$$\lambda_i = \lambda_{max} \cos \left(\frac{\pi (r_i - r_{arrêt})}{2 (R - r_{arrêt})} \right)$$

où $r_{arrêt}$ est le rayon à l'arrêt de l'enroulement(retournement de la fibre), R le rayon à l'équateur et λ_{max} le coefficient de glissement maximal tel que : $|\lambda_{max}| \leq \lambda_s$. On introduit ici λ_{max} pour faire la distinction entre le coefficient de glissement statique λ_s (valeur

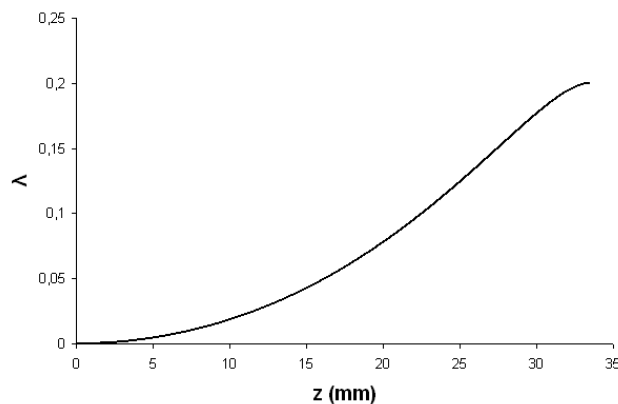


Figure I.12 – Évolution du coefficient de glissement en fonction de z sur le dôme pour $\lambda_{max} = 0.2$, $z = 0$ correspond à la jonction dôme-virole.

obtenue de façon expérimentale et intrinsèque à la géométrie...) et λ_{max} le coefficient de glissement maximal qui sera un paramètre d'optimisation important dans la campagne d'optimisation. En effet, des points de vue de la résistance mécanique et de la masse, les meilleurs individus ne seront pas forcément obtenus en utilisant le coefficient de glissement maximal admissible (λ_s) pour la totalité des enroulements non-géodésiques. Comme représenté figure I.12, le coefficient de glissement est ainsi évolutif : nul à la jonction dôme-virole ($z = 0$) (et donc dans la virole) et maximal en fin d'enroulement.

L'influence de la loi d'évolution du coefficient de glissement sur la prévision de l'évolution de l'angle d'enroulement est représentée figure I.13. On remarque que sans la loi d'évolution (λ_{max} considéré comme constant) la continuité de l'évolution de l'angle d'enroulement entre la virole et le dôme n'est pas assurée (tangente non horizontale en $z = 0$). De plus, on constate que la position de l'arrêt d'enroulement est différente dans ce cas. L'utilisation de la loi d'évolution se révèle donc indispensable à la fois pour assurer la faisabilité de l'enroulement mais également pour obtenir les bonnes positions des arrêts d'enroulement, comme nous le verrons dans la section I.4, page 55.

En conclusion, la détermination des évolutions des angles d'enroulement fera appel à l'équation non-géodésique générale (cf. équation (I-1), page 22) et à l'équation d'évolution du coefficient de glissement (cf. équation (I-7), page 28). Cette approche permettra de prévoir correctement la disposition des renforts fibreux dans les dômes ainsi que les arrêts des différents plis dans le cas d'une structuration multi-couches.

I.3.2.3 Détermination de l'épaisseur d'enroulement

La détermination des épaisseurs des plis dans les dômes n'est pas une tâche facile étant donné qu'elle dépend à la fois du motif d'enroulement (évolution de l'angle d'enroulement) et du rayon en chaque point des dômes. Bien que d'importants progrès aient été réalisés ces dernières années, la recherche dans ce domaine là est ouverte. Tout autant

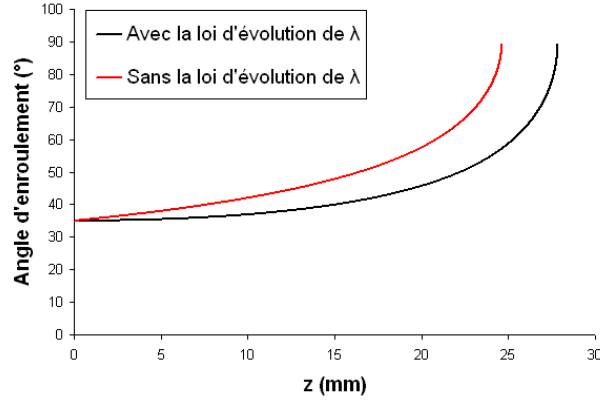


Figure I.13 – Influence de la loi d'évolution du coefficient de glissement λ (équation I-10) sur la prévision de l'angle d'enroulement, $\lambda_{max} = 0.2$.

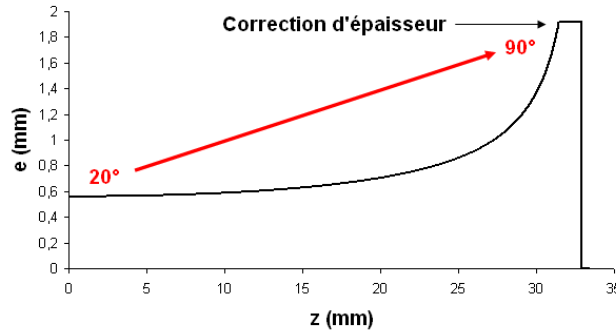


Figure I.14 – Évolution de l'épaisseur en fonction de z selon la formulation de Clairaut, pour un pli d'angle initial $\alpha_R = 20^\circ$.

que la détermination des renforts fibreux, la détermination des épaisseurs est une étape importante pour retranscrire le plus fidèlement possible le comportement des dômes et donc du réservoir complet.

La première approche utilisée concernant la prévision de l'épaisseur des plis est la formulation de Clairaut [I¹⁸, I³⁴] donnée par la relation suivante :

$$e(r) = \frac{R \cos \alpha_R}{r \cos \alpha} e_R \quad (\text{I-11})$$

où e est l'épaisseur du pli au rayon r et e_R l'épaisseur du pli à la jonction dôme/virole. Il s'agit de la formulation la plus simple mais son utilisation reste problématique du fait que l'épaisseur tend vers l'infini dès que l'on se rapproche de la fin de l'enroulement. Une correction de l'épaisseur (cf. figure I.14) est donc nécessaire en chaque fin d'enroulement, ce qui est peu pratique dans le cas d'une structuration multi-couches.

D'autres approches ont également été étudiées :

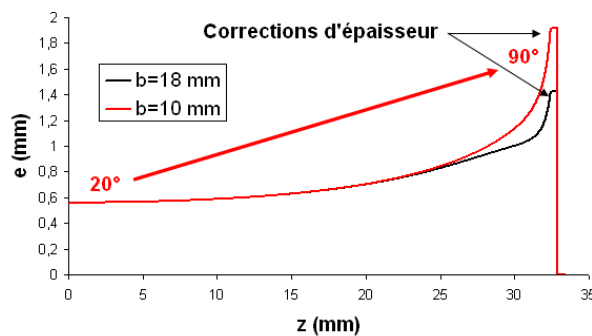


Figure I.15 – Évolution de l'épaisseur en fonction de z selon la formulation d'ABAQUS, pour un pli d'angle initial $\alpha_R = 20^\circ$ et pour deux largeurs de bandes b différentes.

- des approches par des techniques graphiques [I³⁵, I³⁶];
- des approches reformulées en deux parties (redéfinition locale de l'évolution de l'épaisseur) [I¹, I²⁸, I³⁷–I⁴⁰];
- des approches améliorées, basées sur la formulation de Clairaut [I²⁷].

Une comparaison de ces principales méthodes est disponible ici [I²⁸]. Dans cette étude, nous utiliserons la formulation de Wang [I²⁸, I³⁹] pour prédire les évolutions des épaisseurs. Nous comparerons cette formulation à la formulation du code EF ABAQUS [I²⁷, I²⁹, I³⁰] puisque celle-ci est utilisée comme base à un modèle de structuration analogue au notre.

La formulation d'ABAQUS est donnée par la relation suivante :

$$e(r) = \frac{R \cos \alpha_R}{\left(r + 2b \left(\frac{R-r}{R-r_{\text{arrêt}}} \right)^4 \right) \cos \alpha} e_R \quad (\text{I-12})$$

où b est la largeur de la bande d'enroulement. Une description plus complète de cette formulation est présentée dans l'aide du plugin : Wound Composite Modeler : User's manual [I²⁷]. Les avantages principaux de cette formulation sont :

- la prise en compte de la largeur de la bande d'enroulement dans le calcul des épaisseurs;
- la prise en compte de manière directe de l'évolution de l'angle d'enroulement pour le calcul des épaisseurs.

On constate (figure I.15) que plus la largeur d'enroulement est faible, plus la formulation se rapproche de la formulation de Clairaut et tend vers l'infini en fin d'enroulement. De plus, comme pour la formulation de Clairaut, une correction doit être appliquée en fin d'enroulement, avant que l'épaisseur commence à augmenter brutalement. Malheureusement, les formulations des différents types de correction ne sont pas expliquées dans l'aide du plug-in d'ABAQUS.

La formulation de Wang est l'une des formulations les plus récentes dans la littérature, elle est décrite en détails dans la publication [I²⁸]. À la vue des résultats présentés dans

cette publication, celle-ci semble la plus performante en comparaison avec l'expérience et avec les autres principales formulations. Elle est basée sur l'utilisation d'une double formulation pour retranscrire le plus fidèlement possible l'évolution de l'épaisseur :

$$e(r) = \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{r_{\text{arrêt}}}{r}\right) - \arccos\left(\frac{r_b}{r}\right) \right] \quad \text{pour } r_{2b} \leq r \leq R \quad (\text{I-13a})$$

$$e(r) = A + B \times r + C \times r^2 + D \times r^3 \quad \text{pour } r_{\text{arrêt}} \leq r \leq r_{2b} \quad (\text{I-13b})$$

où e_b est l'épaisseur de la bande d'enroulement, n_R et m_R respectivement le nombre de bandes ($\pm\alpha$) et leur quantité à l'équateur (jonction dôme/virole). Enfin, si r_b désigne le rayon du profil de la surface de révolution situé à une distance d'une largeur de bande du rayon d'arrêt $r_{\text{arrêt}}$ (cf. figure I.16), alors r_{2b} est le rayon du profil de la surface de révolution situé à une distance de deux largeurs de bande du rayon d'arrêt. Contrairement, aux définitions fournies dans la formulation de Wang ($r_b = r_{\text{arrêt}} + b$ et $r_{2b} = r_{\text{arrêt}} + 2 \times b$), nous utiliserons un calcul de distance le long de la ligne génératrice pour identifier les paramètres r_b et r_{2b} . Le nombre de bandes et leur quantité à l'équateur sont donnés par :

$$n_R = \frac{e_R}{2e_b} \quad (\text{I-14})$$

$$m_R = \frac{2\pi R \cos(\alpha_R)}{b} \quad (\text{I-15})$$

Les paramètres A , B , C , et D sont obtenus par l'intermédiaire des conditions suivantes :

- *Cond. 1* : épaisseur de l'enroulement au niveau de l'arrêt de l'enroulement ;
- *Cond. 2* : continuité de l'épaisseur entre les deux sous-formulations en $r = r_{2b}$;
- *Cond. 3* : continuité de la courbure entre les deux sous-formulations en $r = r_{2b}$;
- *Cond. 4* : volume de matière constant entre $r_{\text{arrêt}}$ et r_{2b} .

Condition N° 1 :

En posant $e_{\text{arrêt}}$ l'épaisseur à l'arrêt de l'enroulement, la première condition à respecter via l'équation (I-13b) est :

$$e_{\text{arrêt}} = A + B \times r_{\text{arrêt}} + C \times r_{\text{arrêt}}^2 + D \times r_{\text{arrêt}}^3 \quad (\text{I-16})$$

En toute rigueur et à l'inverse d'autres formulations [I³⁷], la formulation de Wang utilise une épaisseur non nulle de composite à l'arrêt de l'enroulement ($e_{\text{arrêt}} \neq 0$), cependant pour des raisons de stabilité du modèle de structuration (aspect très important pour l'optimisation, raisons détaillées dans la section I.3.3, page 39) et après comparaison avec les

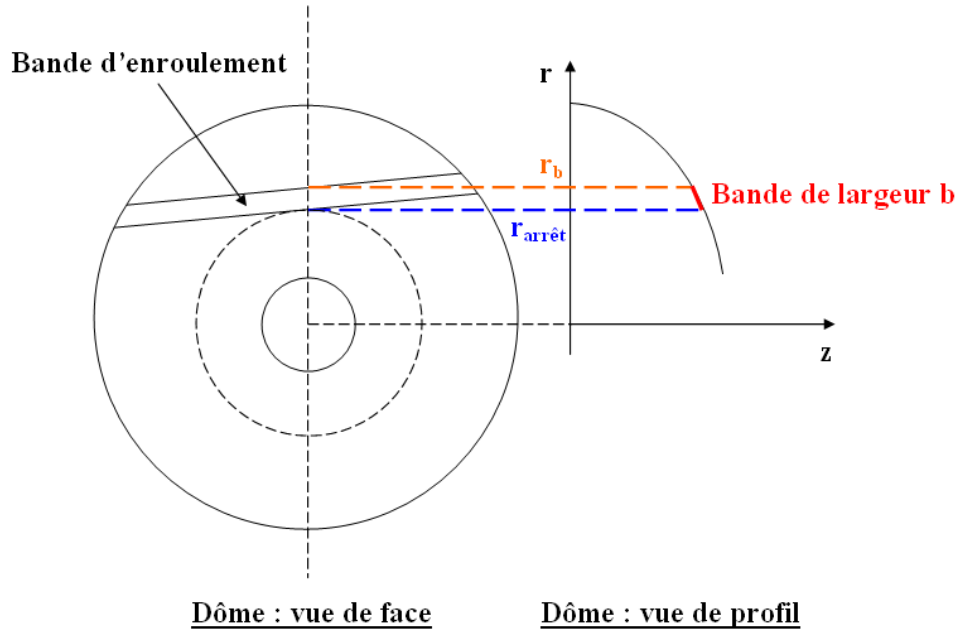


Figure I.16 – Représentation schématique du rayon à une largeur de bande (r_b) pour un arrêt d'enroulement quelconque.

résultats expérimentaux, nous avons fait le choix d'imposer une épaisseur nulle aux arrêts d'enroulement ($e_{arrêt} = 0$). Cette hypothèse arbitraire, certes sous-estime légèrement les épaisseurs aux niveaux des arrêts d'enroulement, mais ne devrait pas trop pénaliser les résultats issus des calculs EF puisqu'en fin d'enroulement, les fibres possédant un angle d'enroulement proche de 90° , reprennent peu les efforts axiaux. De plus, la discrétisation EF des dômes ne permet généralement pas de reprendre la chute des épaisseurs en fin d'enroulement.

Condition N° 2 :

La condition N° 2 stipule que pour les deux sous-formulations, l'épaisseur en $r = r_{2b}$ soit identique. On a donc :

$$\begin{aligned}
 e(r = r_{2b}) &= e_{2b} \\
 &= A + B \times r_{2b} + C \times r_{2b}^2 + D \times r_{2b}^3 \\
 &= \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{r_{arrêt}}{r_{2b}}\right) - \arccos\left(\frac{r_b}{r_{2b}}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{I-17}$$

Condition N° 3 :

La condition N° 3 stipule que pour les deux sous-formulations, il y a continuité de pente en $r = r_{2b}$. En dérivant les équations (I-13a) et (I-13b) en $r = r_{2b}$, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{de}{dr} \right|_{r=r_{2b}} &= B + 2C \times r_{2b} + 3D \times r_{2b}^2 \\
 &= \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r_{2b} \sqrt{r_{2b}^2 - r_{arr\hat{e}t}^2}} - \frac{r_{arr\hat{e}t}}{r_{2b} \sqrt{r_{2b}^2 - r_b^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{I-18}$$

Condition N° 4 :

La condition N° 4 utilise la conservation de la quantité de matière en tout point du dôme. À l'équateur, la matière de toutes les fibres réunies est répartie sur une aire importante. À l'inverse au pôle, cette matière est répartie sur une aire plus petite d'où les augmentations d'épaisseurs. En considérant donc que la quantité de bandes entre $r_{arr\hat{e}t}$ et r_{2b} est constante, nous obtenons la dernière condition (cf. Annexe A.2, page 178) :

$$\begin{aligned}
 V_{const} &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_{2b}} 2\pi r e(r) dr \\
 &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_b} 2\pi r \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \arccos\left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r}\right) dr \\
 &\quad + \int_{r_b}^{r_{2b}} 2\pi r \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r}\right) - \arccos\left(\frac{r_b}{r}\right) \right] dr \\
 &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_{2b}} 2\pi r (A + B \times r + C \times r^2 + D \times r^3) dr
 \end{aligned} \tag{I-19}$$

en utilisant la formule d'évolution de l'épaisseur entre $r_{arr\hat{e}t}$ et r_b [I²⁸] :

$$e(r) = \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \arccos\left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r}\right) \text{ pour } r_{arr\hat{e}t} \leq r \leq r_b \tag{I-20}$$

La détermination des paramètres A , B , C , et D se résume donc à la résolution du système suivant :

$$[K] [X] = [H] \tag{I-21}$$

où :

$$[X] = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{I-22a})$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & r_{arrêt} & r_{arrêt}^2 & r_{arrêt}^3 \\ 1 & r_{2b} & r_{2b}^2 & r_{2b}^3 \\ 0 & 1 & 2r_{2b} & 3r_{2b}^2 \\ \pi(r_{2b}^2 - r_{arrêt}^2) & \frac{2\pi}{3}(r_{2b}^3 - r_{arrêt}^3) & \frac{\pi}{2}(r_{2b}^4 - r_{arrêt}^4) & \frac{2\pi}{5}(r_{2b}^5 - r_{arrêt}^5) \end{bmatrix} \quad (\text{I-22b})$$

$$[H] = \begin{bmatrix} e_{arrêt} \\ \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{r_{arrêt}}{r_{2b}}\right) - \arccos\left(\frac{r_b}{r_{2b}}\right) \right] \\ \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left(\frac{r_{arrêt}}{r_{2b} \sqrt{r_{2b}^2 - r_{arrêt}^2}} - \frac{r_{arrêt}}{r_{2b} \sqrt{r_{2b}^2 - r_b^2}} \right) \\ V_{const} \end{bmatrix} \quad (\text{I-22c})$$

Ainsi en reprenant les notations des schémas d'intégration de la section I.3.2.1 (page 22), les épaisseurs des différents plis, calculées par la formulation de Wang, sont obtenues par la relation suivante :

$$e(r_i) = \begin{cases} \frac{n_R m_R e_b}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{r_{arrêt}}{r_i}\right) - \arccos\left(\frac{r_b}{r_i}\right) \right] & \text{pour } r_{2b} \leq r_i \leq R \\ A + B \times r_i + C \times r_i^2 + D \times r_i^3 & \text{pour } r_{arrêt} \leq r_i \leq r_{2b} \end{cases} \quad (\text{I-23})$$

Les évolutions des épaisseurs données par la formulation de Wang sont représentées figure I.17. De la même manière que pour la formulation d'ABAQUS, la largeur b de la bande d'enroulement influe grandement sur les évolutions : plus la largeur de la bande est fine et plus l'épaisseur sera importante en fin d'enroulement. Ceci constituera donc un avantage pour le modèle car il pourra s'adapter aux contraintes industrielles de fabrication des réservoirs. Dans le cas de cette étude, comme l'optimisation ne portera pas sur le matériau et le procédé de fabrication (optimisation structurelle uniquement), la largeur de bande sera fixée à l'identique pour tous les individus de réservoirs.

Bien que la formulation de Wang présente l'avantage supplémentaire d'être très proche des épaisseurs expérimentales [I²⁸], deux aspects contraignants y sont tout de même associés :

- la présence d'une borne supérieure au niveau de l'angle initial d'enroulement ;
- la non prise en compte de manière directe de l'évolution de l'angle d'enroulement dans les calculs des épaisseurs.

La première contrainte tient au fait que l'équation (I-13a) impose un domaine de définition et de validité de la formulation de Wang. Dans tous les cas, la condition $r_{2b} \leq r_i \leq R$ doit être satisfaite, ce qui impose que l'arrêt d'enroulement en termes de rayon $r_{arrêt}$ soit suffisamment inférieur au rayon à l'équateur du pli ($R + \sum_{i=1}^{indice \text{ du pli}} e_i(r=0)$) pour que

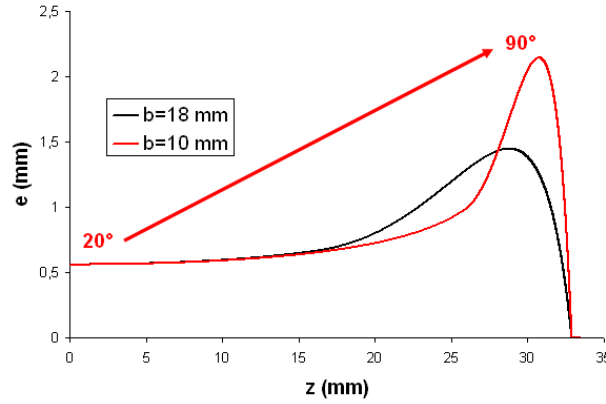


Figure I.17 – Évolution de l'épaisseur en fonction de z selon la formulation de Wang, pour un pli d'angle initial $\alpha_R = 20^\circ$ et pour deux largeurs de bandes b différentes.

r_{2b} soit inférieur à ce rayon. Ceci a pour conséquence de définir un angle initial supérieur α_{R_lim} à toute structuration possible. Dépasser cet angle limite reviendrait, pour le bobinage, à commencer le retournement des fibres dans la virole avec comme conséquences : (i) une épaisseur évolutive dans la virole (plus importante vers les jonctions dômes/virole qu'au centre), (ii) des dômes dont l'épaisseur dans leur première partie serait supérieure à celle de la virole (ce qui pourrait poser des problèmes au niveau de la fabrication). Enfin, la valeur de cet angle limite est dépendante du nombre de plis intervenant dans la structuration globale. On comprend en effet que plus le nombre de plis sera important, plus le profil de la surface de révolution en début de dôme sera dans la prolongation de celui de la virole, ce qui oblige à abaisser la valeur de l'angle limite pour conserver la différence entre le rayon d'arrêt à l'équateur et r_{2b} . Nous avons constaté, que pour la géométrie du réservoir telle que définie dans le cahier des charges du projet, la valeur de cet angle limite était d'environ 65° pour 34 plis hélicoïdaux, ce qui est tout de même important.

À l'inverse des deux autres formulations, la seconde contrainte (et conséquence de la formulation de Wang) est la non prise en compte de manière directe de l'évolution de l'angle d'enroulement dans les calculs des épaisseurs. Cette prise en compte ou influence ne sera considérée que par les positions des arrêts d'enroulement, qui, comme montré précédemment (cf. figure I.10(a), page 27), dépendent du type d'enroulement (non-géodésique, géodésique). Ceci impose donc de déterminer de façon fiable et précise les arrêts d'enroulement, aspect très délicat, pour prendre en compte l'influence de l'angle d'enroulement sur les épaisseurs.

Dans cette étude, l'influence du compactage sur les plis précédemment bobinés n'est pas considérée. Toutefois, pour partiellement prendre en compte ces aspects secondaires, nous suggérons :

- d'utiliser les valeurs expérimentales de e_R pour le calcul des épaisseurs des plis. Dans une certaine mesure, ces valeurs peuvent être localement mesurées au cours du bobinage.

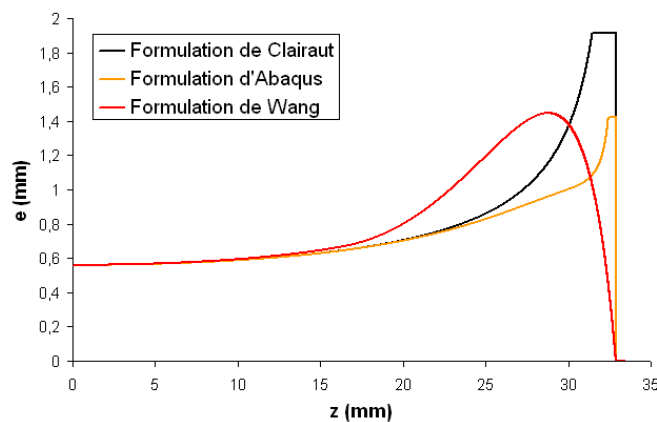


Figure I.18 – Évolution de l'épaisseur en fonction de z pour les trois formulations présentées, pour un pli d'angle initial $\alpha_R = 20^\circ$ et pour la même largeur de bande b .

Formulation	Avantages	Inconvénients
Clairaut	Simple Prise en compte directe de l'évolution de l'angle d'enroulement dans le calcul des épaisseurs	Correction d'épaisseur obligatoire et arbitraire en fin d'enroulement Prédictions peu proches des épaisseurs expérimentales
ABAQUS	Simple Prise en compte directe de l'évolution de l'angle d'enroulement dans le calcul des épaisseurs Prise en compte de l'effet de la largeur de la bande d'enroulement	Correction d'épaisseur obligatoire et arbitraire en fin d'enroulement Prédictions moyennement proches des épaisseurs expérimentales
Wang	Prédictions très proches des épaisseurs expérimentales Prise en compte de l'effet de la largeur de la bande d'enroulement	Complexité Prise en compte indirecte de l'évolution de l'angle d'enroulement dans le calcul des épaisseurs Domaine d'utilisation limité

Tableau I.2 – Comparatif des formulations de calcul des épaisseurs d'enroulement

- de coupler l'épaisseur du pli dans la virole e_R avec l'angle d'enroulement α_R (régression linéaire par exemple). Expérimentalement, les plis avec de faibles angles d'enroulement ($\alpha_R = 20^\circ$ par exemple) sont moins comprimés que les plis bobinés avec des angles élevés ($\alpha_R = 50^\circ$). Cet aspect peut être utile dans la démarche d'optimisation.

En conclusion de cette partie, plusieurs méthodes de détermination des épaisseurs d'enroulement ont été présentées et comparées (cf. figure I.18 et tableau I.2). La formulation de Wang se révèle la plus adaptée à nos besoins (bonne représentation des épaisseurs par rapport à la réalité, pas de correction d'épaisseur, et adaptabilité aux contraintes industrielles). Nous disposons ainsi de tous les éléments de base pour aborder la mise en place de la structuration globale d'un dôme.

I.3.3 Détermination de la structuration

Comme annoncé précédemment, le modèle de structuration ou d'enroulement développé dans cette étude a pour objectif de répondre à la problématique de l'optimisation où pour chaque individu, choisi parmi ceux de la population totale, il est impératif de connaître dans les meilleurs délais et de manière automatique sa structuration propre. De plus pour répondre à cet objectif, il est primordial de pouvoir tester des individus dont la structuration est multi-couches, c.-à-d. comprenant des groupements de plis d'angles initiaux différents dans la virole. La détermination de la structuration multi-couches d'un dôme est toutefois un problème délicat puisque les déterminations des angles d'enroulement et des épaisseurs dépendent (i) l'une de l'autre et (ii) de la surface de révolution du bobinage, elle-même dépendante des topologies des surfaces de révolution antérieures et donc des précédentes déterminations. Nous présenterons donc dans cette partie à la fois le modèle mais également son élaboration pour insister sur les difficultés de mise au point d'un tel modèle.

Afin de faciliter la compréhension, la terminologie suivante, présentée figure I.19, sera employée par la suite :

- *pli* : élément de base de la structuration ;
- *pseudo-couche* : groupe de deux plis consécutifs d'angles initiaux opposés, par exemple $(+\alpha, -\alpha)$;
- *couche* : groupe de plusieurs pseudo-couches d'angles d'enroulement initiaux identiques ;
- *ligne génératrice* : profil d'une couche ou d'une pseudo-couche représenté dans le plan (\vec{r}, \vec{z}) en coordonnées cylindriques ;
- *surface de révolution* : surface obtenue par rotation de la ligne génératrice autour de l'axe principal du réservoir \vec{z} .

Enfin, comme les effets de couplage entre les angles et les épaisseurs sont prépondérants, la détermination de la structuration des dômes par le modèle se fera par ajouts successifs de pseudo-couches (chaque calcul se fera en se basant sur le calcul précédent), ceci afin de refléter au mieux la réalité. Le choix de la modélisation par pseudo-couches est dû au fait que la technologie d'enroulement filamentaire ne peut bobiner que par alternance de bandes à $+\alpha$ et $-\alpha$ au sein d'un même pli. Pour prendre en compte ce phénomène, l'alternance de bandes sera modélisée par un pli à $+\alpha$ et un pli à $-\alpha$, regroupés en ce que l'on appellera une *pseudo-couche*.

I.3.3.1 Difficultés rencontrées pour l'élaboration du modèle et hypothèses retenues

La détermination de la structuration est un problème délicat pour plusieurs raisons :

- *Difficulté n° 1* : l'absence de solutions analytiques, immédiates et faciles à mettre en place, aux équations des lignes génératrices des surfaces de révolution. Ces lignes génératrices sont entièrement dépendantes des lignes précédentes et de la structuration ;

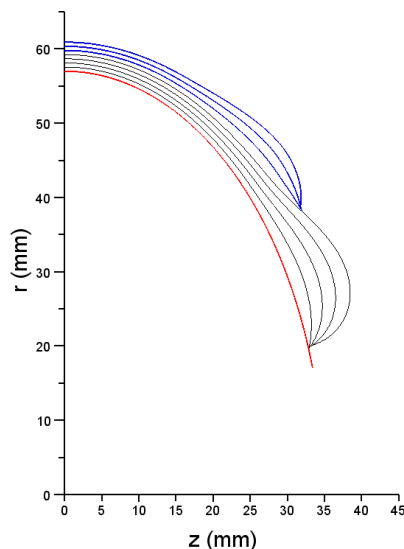


Figure I.19 – Structuration d'un dôme, terminologie employée dans le cadre de cette étude : en rouge la ligne génératrice du liner, en bleu une couche constituée de trois pseudo-couches, chaque ligne correspond à une pseudo-couche.

- *Difficulté n° 2* : l'obligation d'utiliser des méthodes d'intégration numérique (Runge Kutta 4, Différence Finie) pour calculer les évolutions non-géodésiques des angles d'enroulement mais également les dérivées des lignes génératrices des surfaces de révolution ;
- *Difficulté n° 3* : la non-stabilité des méthodes numériques d'intégration à travers l'empilement des différentes pseudo-couches et couches ;
- *Difficulté n° 4* : la gestion des empilements avec les différents arrêts d'enroulement ;
- *Difficulté n° 5* : les changements de pente des normales des lignes génératrices.

Ces difficultés sont davantage abordées ci-dessous.

Difficulté N° 1 :

Pour illustrer cette première difficulté, partons du principe que nous connaissons l'expression analytique de la ligne génératrice du liner (équation d'une ellipse). Pour déterminer l'expression analytique de la ligne génératrice de la 1^{ère} pseudo-couche, nous avons besoin de l'expression analytique de l'épaisseur donnée par la formulation Wang. Or comme présenté dans la section I.3.2.3 (page 30), la formulation de Wang est définie en deux sous-formulations, cela implique donc d'avoir deux expressions analytiques de la ligne génératrice de la 1^{ère} pseudo-couche. Ainsi, à chaque nouvelle pseudo-couche, l'expression analytique de la nouvelle ligne génératrice est de nouveau subdivisée en deux sous-expressions supplémentaires. À cela s'ajoute les dépendances entre les expressions analytiques : les calculs des lignes génératrices font intervenir les projections, sur les axes

\vec{z} et \vec{r} , des épaisseurs obtenues grâce aux calculs des normales (et donc des dérivées des lignes génératrices antérieures).

Ainsi, on comprend bien que la mise en place des calculs des expressions analytiques des lignes génératrices est une tâche ardue surtout dans un cadre d'optimisation. C'est la raison pour laquelle on se tournera vers des méthodes d'intégration numérique, d'autant plus que leur utilisation est rendue nécessaire pour le calcul des évolutions des angles et pour la détermination des coordonnées de chaque pseudo-couche.

Difficulté N° 2 :

La deuxième difficulté est due à l'obligation d'utiliser des méthodes itératives d'intégration numérique pour le calcul des évolutions des angles d'enroulement. Cela implique donc de discrétiser les lignes génératrices de chaque pseudo-couche et d'imbriquer à la fois (i) des calculs d'intégration par Différence Finie pour calculer les dérivées premières et secondes et (ii) des calculs d'intégration par la méthode de Runge Kutta 4 pour assurer les calculs des angles. Enfin les coordonnées de chaque nouvelle ligne génératrice doivent être calculées en chaque point d'intégration, ces calculs étant dépendants des calculs effectués par Différence Finie.

Difficulté N° 3 :

La troisième difficulté est certainement la plus importante. Elle concerne la non-stabilité croissante des méthodes d'intégration numérique à travers la succession des différentes couches. Les problèmes de non-stabilité numérique proviennent des augmentations des erreurs dans les calculs des dérivées par Différence Finie à chaque nouvelle pseudo-couche calculée. En conséquence, d'infimes erreurs interviennent dans les calculs des points de coordonnées (z_i, r_i) , des pas d'intégration h_i , des angles d'enroulement et donc des épaisseurs. La figure I.20 illustre ce problème d'instabilité numérique, de plus en plus important avec l'empilement, qui perturbe les calculs et empêche le calcul de la structuration complète.

Difficulté N° 4 :

La quatrième difficulté concerne la gestion des recouvrements de plis à l'approche des arrêts d'enroulement. Il s'agit d'un problème délicat pouvant perturber l'ensemble des calculs pour les deux raisons suivantes :

- premièrement, dans le cas où une épaisseur non nulle serait spécifiée à l'arrêt d'enroulement $e_{arrêt} \neq 0$, on observerait des discontinuités de tangence brutales dans les profils des lignes génératrices : l'épaisseur passerait subitement d'une épaisseur non nulle à une épaisseur nulle (plus de composite après le retournement, cf. figure I.21), provoquant ainsi une rupture dans la courbure générale des différents profils. Or les discontinuités de tangence se traduisent par d'importants problèmes au niveau des calculs : elles perturbent notamment les calculs des coordonnées des points de définition des lignes génératrices suivantes. L'exemple donné figure I.22, même s'il est présenté dans le cas particulier de la formulation de Clairaut avec

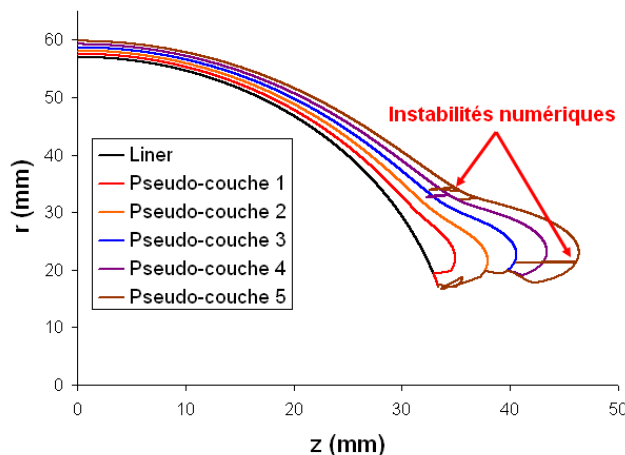


Figure I.20 – Effets des instabilités numériques des calculs par Différence Finie sur la structuration des dômes.

une correction d'épaisseur, illustre parfaitement ces propos en montrant l'impact du changement de pente sur les calculs du deuxième profil (présence d'un saut dans les points du profil), empêchant ainsi les calculs du troisième profil. Cet aspect est donc extrêmement pénalisant dans le cas d'une structuration multi-couches des dômes.

- deuxièmement, comme présenté dans la section I.3.2.3 (page 30), la détermination des épaisseurs d'enroulement par la formulation de Wang fait appel aux paramètres r_b et r_{2b} . Or, dans certains cas et si de faibles largeurs de bandes sont utilisées, un mauvais recouvrement de plis peut engendrer des problèmes de non-définition de la formulation. Typiquement, on peut avoir $r_{2b} \leq r_{arrêt}$, ce qui est incompatible avec la formulation. La figure I.23 présente le comportement par défaut du modèle avec des épaisseurs non nulles aux arrêts d'enroulement, comme on peut le constater la structuration présente certaines zones critiques où le recouvrement de plis est délicat.

Sous l'action combinée de ces deux aspects, nous avons fait le choix, comme annoncé précédemment (cf. section I.3.2.3, page 30), d'imposer une épaisseur nulle aux arrêts d'enroulement. Ceci d'autant plus qu'il est important d'estimer au mieux les positions des arrêts d'enroulement puisque l'influence des angles d'enroulement sur les épaisseurs n'est prise en compte que de manière indirecte dans la formulation de Wang.

Par ailleurs pour éviter ces situations de recouvrement problématiques, nous avons restreint volontairement les possibilités du modèle à l'utilisation de structuration multi-couches à angles initiaux uniquement croissants. Par exemple, la structuration composite $[18_3, 24_4, 30_2, 45, 50_2, 60_2]$ est adéquate. En revanche, la structuration $[24_4, 30_2, 18_3, 45, 50_2, 60_2]$ n'est pas tolérée par le modèle puisque, dans ce cas, les angles ne sont pas strictement croissants, ce qui est générateur de recouvrement de plis.

De même, lors d'enroulement non-géodésique négatif, le coefficient de glissement est automatiquement diminué par le modèle pour éviter ces situations. Prenons l'exemple

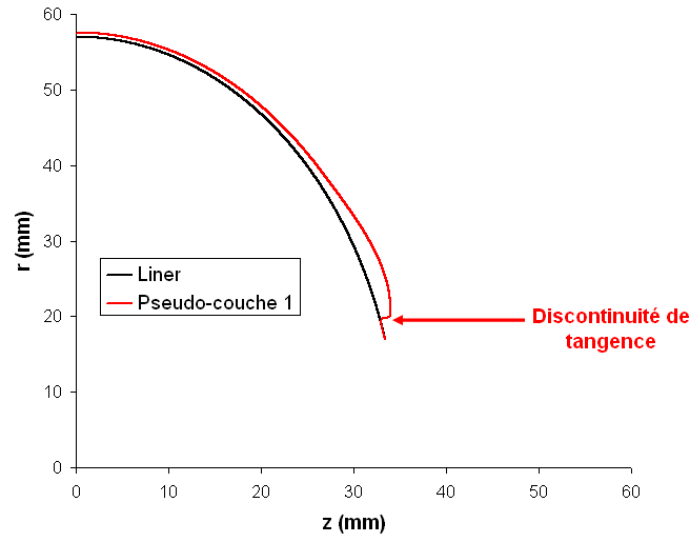


Figure I.21 – Discontinuité de tangence en fin d’enroulement dans le profil de la ligne génératrice de la première pseudo-couche, formulation de Wang avec $e_{arrêt} \neq 0$.

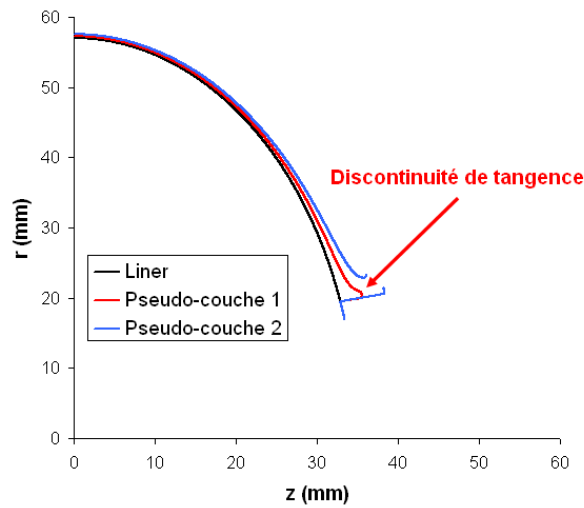


Figure I.22 – Effet d’une discontinuité de tangence sur le profil de la ligne génératrice suivante, profils des lignes génératrices déterminés par la formulation de Clairaut.

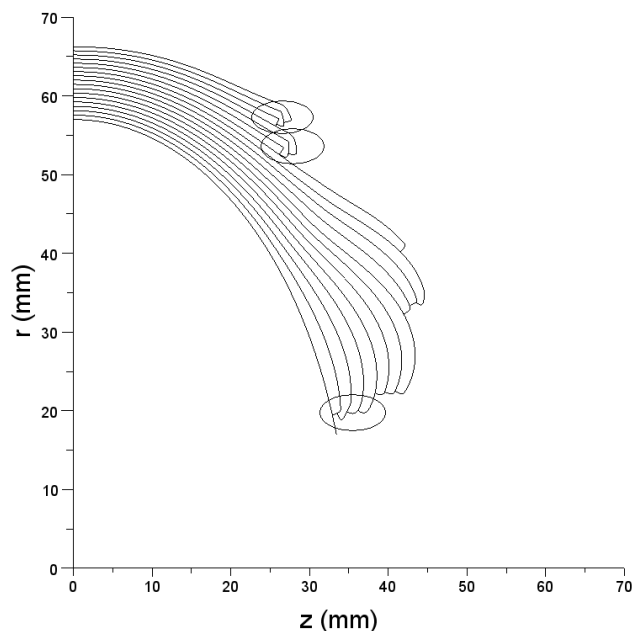


Figure I.23 — Structuration multi-couches retournée par le modèle dans le cas d'épaisseurs non nulles aux arrêts d'enroulement, la structuration présente plusieurs zones critiques (entourées) où des problèmes de non-définition de la formulation de Wang pourraient apparaître.

de deux pseudo-couches bobinées l'une sur l'autre et possédant le même coefficient de glissement $\lambda = -0.3$. Dans le cas de la seconde pseudo-couche, du fait de la non-géodésie négative, il est probable que celle-ci recouvre entièrement la première et aille même au delà. Afin d'éviter cette situation critique, le coefficient de glissement de la seconde pseudo-couche est diminué progressivement jusqu'à ce que cette dernière ne dépasse plus la première pseudo-couche, il passera par exemple de $\lambda = -0.3$ à $\lambda = -0.295$.

Ces problèmes de gestion de recouvrement impactent donc directement les possibilités du modèle via notamment l'obligation d'utiliser des angles initiaux croissants pour la structuration, même si cette limitation est à nuancer. En effet, l'utilisation d'angles initiaux croissants est dans la pratique largement répandue puisque cela permet de limiter énormément les créations de cavités et porosités inhérentes aux recouvrements de plis et donc d'augmenter les propriétés mécaniques. Cette hypothèse irait donc dans le bon sens du point de vue de l'optimisation de la structuration des réservoirs.

Difficulté N° 5 :

La dernière difficulté est liée à la gestion des normales des points de définition des lignes génératrices. De part l'évolution de l'épaisseur donnée par la formulation de Wang, les lignes génératrices, bien que majoritairement d'orientation concave, peuvent présenter des zones d'orientation convexe. Ces zones convexes, couplées à la discrétisation fine de ces lignes, peuvent perturber les calculs des coordonnées des points. En effet, à partir

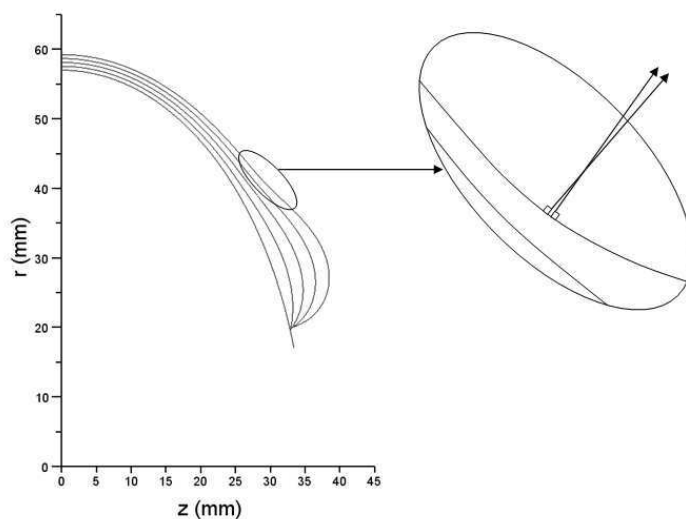


Figure I.24 – Entre-croisements des normales de certains points d'intégration successifs dans les zones convexes.

d'une certaine épaisseur, les normales de certains points consécutifs peuvent se croiser (cf. figure I.24). Ces entre-croisements de normales font que les coordonnées des points de définition de la ligne génératrice suivante ne suivent pas une progression monotone (« retour en arrière »). Comme nous le verrons plus en détails dans la partie suivante, il est impératif d'éviter ces entre-croisements de normales.

I.3.3.2 Construction du modèle

Répondre aux difficultés, présentées précédemment, constitue un enjeu très important dans l'élaboration d'un modèle de simulation de structuration suffisamment fiable pour envisager l'optimisation.

Les problèmes de stabilité numérique, principale difficulté dans l'élaboration d'un tel modèle, ont été levés par l'approximation des points de définition des lignes génératrices via l'utilisation de B-splines cubiques. L'intérêt principal de cette approche est de pouvoir lisser numériquement les lignes génératrices des surfaces de révolution et donc d'éviter les problèmes récurrents de saut de calcul dans les calculs des dérivées, des angles et des épaisseurs par la méthode des Différences Finies. Le principe clé de la démarche est donc, à chaque nouvelle pseudo-couche, d'approximer la ligne génératrice obtenue de manière conventionnelle (ajout de l'épaisseur suivant la normale au point considéré) par une B-spline cubique qui supplante et devient la nouvelle ligne génératrice à partir de laquelle l'évolution de l'angle de la couche suivante peut être calculée correctement ainsi que l'ensemble des résultats en découlant.

D'autres méthodes de lissage ont été étudiées (interpolation polynomiale, interpolation par splines cubiques) mais ces méthodes n'étaient pas assez efficaces pour résoudre les problèmes de stabilité. Les méthodes par interpolation polynomiale deviennent très

instables dès lors que le nombre de points N à interpoler (points de contrôle) devient important (l'erreur d'interpolation croît avec N), ce qui est notre cas de part la discrétisation fine des lignes génératrices. Les méthodes par interpolation par splines, plus stables car procédant par des interpolations par morceaux, ne sont également pas assez robustes pour notre application : dans le cas de splines cubiques, de légères oscillations (phénomène de Runge) entre les points de contrôles apparaissent, perturbant ainsi les calculs des dérivées par Différence Finie. Devant la difficulté à obtenir la stabilité requise via les méthodes d'interpolation, nous avons choisi d'utiliser des méthodes d'approximation qui, de manière générale, produisent des courbes plus stables, plus naturelles et plus fluides que celles obtenues par les méthodes d'interpolation (du fait qu'elles permettent de mieux prendre en compte les erreurs de calcul). Nous avons ainsi fait le choix d'utiliser des B-splines qui présentent les mêmes avantages que les courbes de Bézier mais sans les inconvénients (degré de la courbe proportionnel au nombre de points de contrôle, variation globale de la courbe si modification d'un point de contrôle).

Pour approximer au mieux un ensemble de points (points de contrôle) et créer la B-spline résultante, plusieurs paramètres internes à la création de B-splines entrent en ligne de compte :

- la paramétrisation du vecteur nodal⁶, influence sur l'allure de la spline ;
- le nombre de points de contrôle ;
- l'ordre de la B-spline.

Le choix de la paramétrisation du vecteur nodal est souvent fonction de l'application visée. Dans notre cas, une paramétrisation uniforme est suffisante à la vue de l'allure générale des lignes génératrices à approximer. Le nombre de points de contrôle doit être choisi avec précaution. Il doit être suffisamment important pour obtenir des approximations de bonnes qualités mais pas trop élevé pour (i) ne pas avoir de retour d'enroulement dans les zones convexes (cf. Difficulté N° 5, section I.3.3.1, page 39) ayant pour conséquence la génération de boucles dans la B-spline et (ii) rester raisonnable au niveau des temps de calcul. Enfin, l'ordre de la B-spline sera fixé à trois pour assurer la continuité de la courbure. Les calculs des B-splines seront assurés par un algorithme de Cox et De Boor [I⁴³], qui présente les avantages d'être peu gourmand numériquement et très stable.

Disposant de tous les éléments, nous abordons maintenant l'élaboration à proprement parler du modèle de structuration. Considérons la première ligne génératrice d'un dôme elliptique, celle-ci correspond au profil du liner du réservoir. Dans le but de calculer la première évolution de l'angle d'enroulement, celle-ci est divisée en 30 000 intervalles le long de l'axe principal du réservoir \vec{z} . La ligne génératrice est ainsi décrite en 30 000 points de définition ou d'intégration⁷ (z_i, r_i) , où z_i et r_i sont les coordonnées cylindriques de ces points. En premier lieu, les dérivées première et seconde sont calculées à chaque

6. il s'agit d'un ensemble de réels, appelés noeuds, intervenant dans la définition des fonctions de base de la B-spline, pour plus de précisions voir [I⁴¹, I⁴²].

7. Le choix d'utiliser 30 000 points est arbitraire, il est lié aux difficultés de convergence des résultats issus de l'équation (I-1).

I.3 Modèle d'enroulement

Modèle	Avantages	Inconvénients
ABAQUS⁸	Plus diversifié (renforcements circonférentiels dans les dômes) Choix du type d'arrêt d'enroulement (constant, suppression de cavité, nul, spline) Gestion des recouvrements de couches	Couplage et automatisation impossible avec l'optimisation Gestion plus difficile de la non-géodésie
Développé	Configuration et compatibilité complète pour l'optimisation Temps de calcul faible Meilleure fidélité à l'expérience Personnalisable et évolutif Adaptable à plusieurs codes EF (ANSYS, SAMCEF)	Non-gestion des recouvrements de couches Pas de prise en compte d'éventuels renforcements circonférentiels dans les dômes pour les calculs ⁹

Tableau I.3 – Comparatif des modèles de structuration

point d'intégration par Différence Finie. Ensuite, l'évolution de l'angle d'enroulement, la position de l'arrêt et les normales aux points d'intégration sont calculées. L'évolution de l'épaisseur est ensuite déterminée à l'aide de la position de l'arrêt d'enroulement, ce qui permet via les normales aux points, de trouver les coordonnées provisoires de la deuxième ligne génératrice (première pseudo-couche). Finalement, les coordonnées définitives de la nouvelle ligne génératrice sont déterminées par l'approximation B-spline des coordonnées provisoires. Cette démarche est ensuite renouvelée pour toutes les pseudo-couches de la structuration multi-couches du dôme. L'algorithme général de principe I.25 permet de résumer le fonctionnement du modèle. Pour détailler davantage son fonctionnement, deux sous-algorithmes, correspondant aux encadrés bleu et rouge de l'algorithme général, sont présentés figures I.26 et I.27. Les sécurités de stabilité « anti-recouvrement » et « anti-retournement » (présentées dans ces algorithmes) font références aux difficultés N° 4 et N° 5 de la section I.3.3.1, page 39. Bien entendu, d'autres sécurités sont intégrées au modèle :

- *Sécurité A* : angles strictement croissants ;
- *Sécurité B* : non recouvrement complet du dôme ;
- *Sécurité C* : angle limite de la formulation de Wang atteint.

Ces sécurités de faisabilité permettront de renseigner l'algorithme d'optimisation sur la validité de l'enroulement de tel ou tel individu.

Pour conclure cette partie, nous comparons, dans le tableau I.3, les avantages et inconvénients du modèle de structuration développé par rapport au modèle d'ABAQUS.

8. Les avantages et inconvénients présentés sont issus de l'étude que nous avons faite du modèle d'ABAQUS et des retours d'utilisation des partenaires du projet.

9. Les renforcements en début de dôme peuvent être utiles pour adoucir le retrait des plis circonférentiels dans les dômes. En l'absence de cette prise en compte et pour plus de précisions, il est préférable de limiter le nombre de plis circonférentiels entre les couches hélicoïdales.

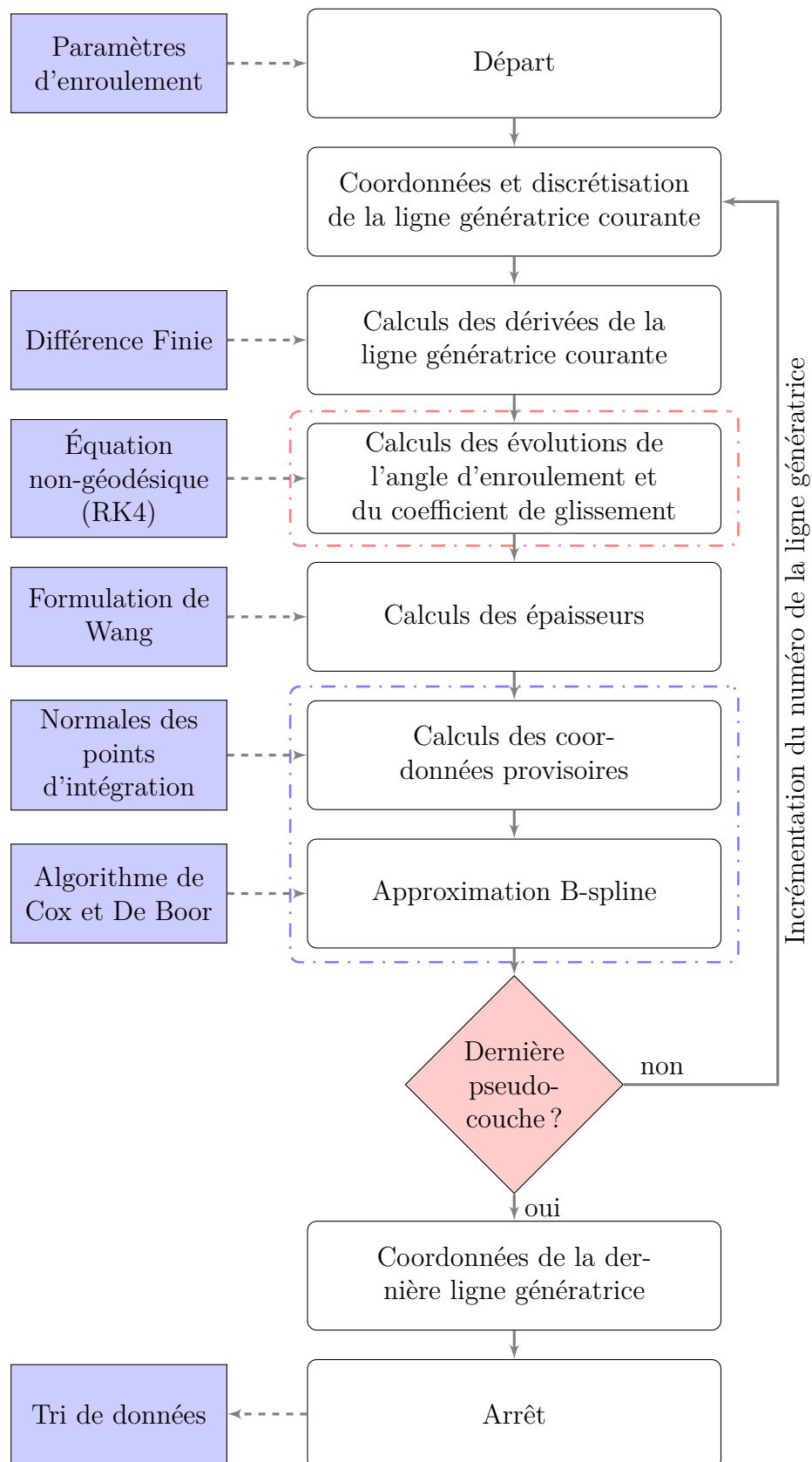


Figure I.25 – Algorithme général de la détermination de la structuration.

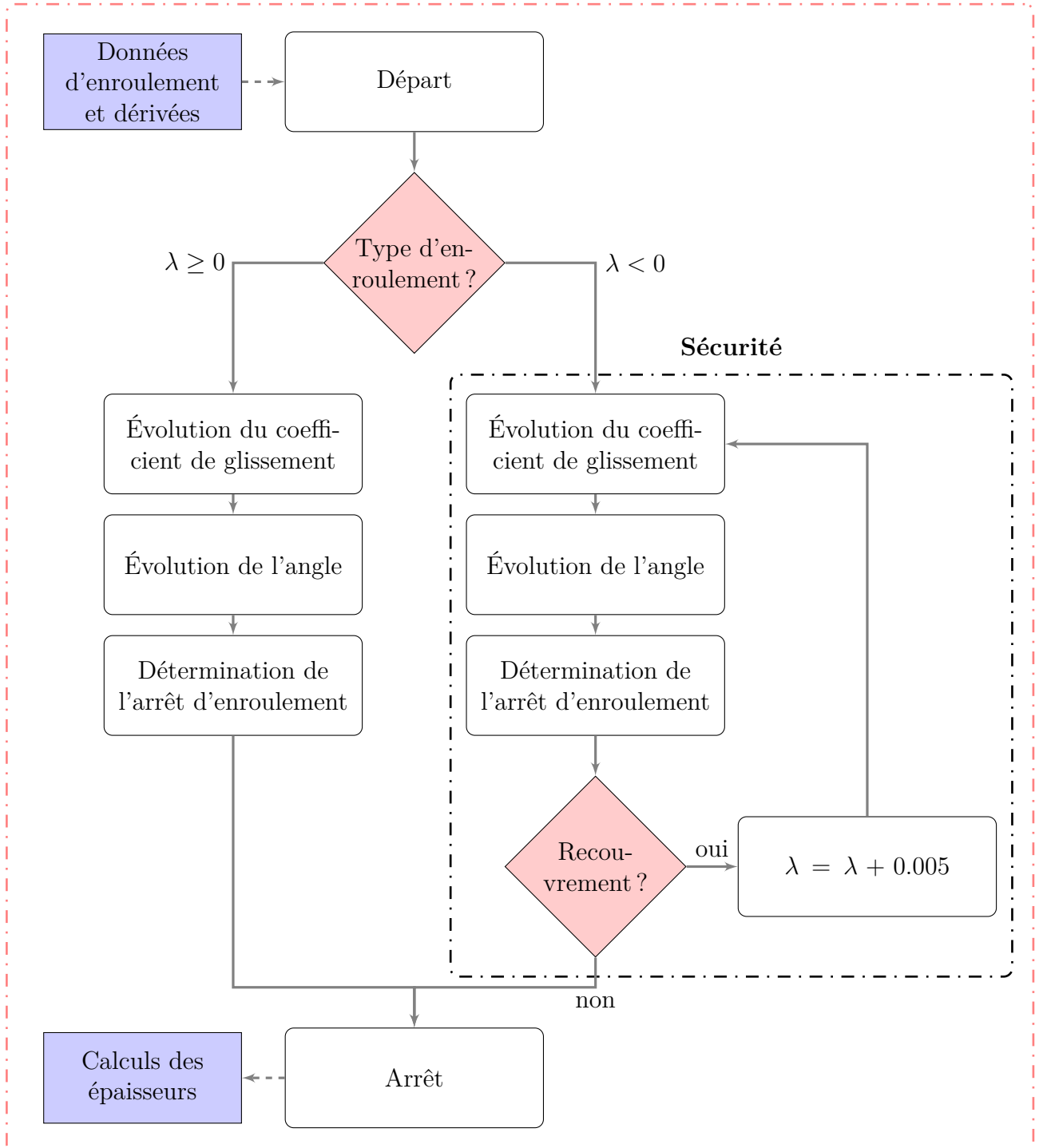


Figure I.26 — Sous-algorithme : calcul des évolutions des angles d'enroulement, avec la sécurité « anti-recouvrement » dans le cas d'enroulements non-géodésiques négatifs.

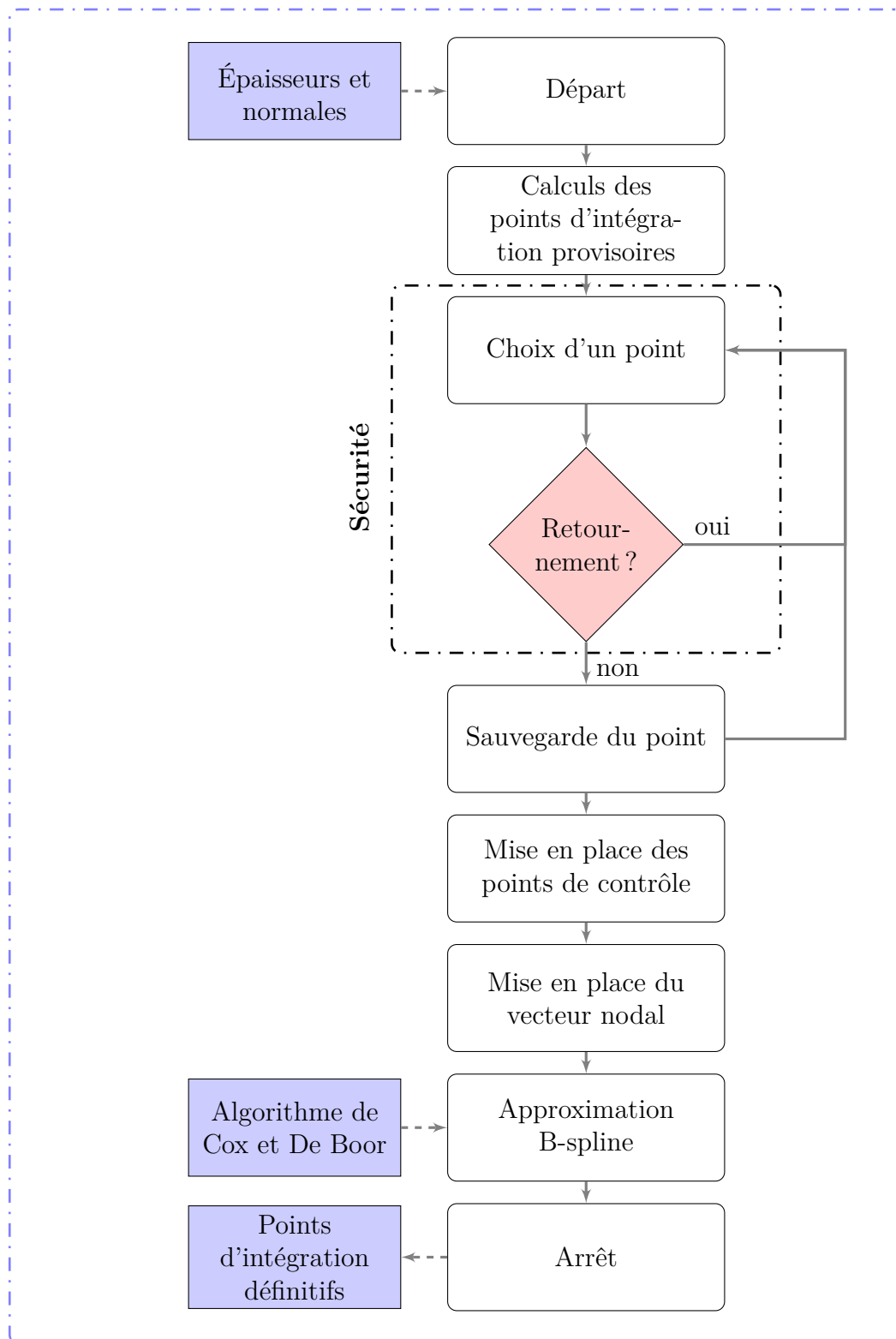


Figure I.27 – Sous-algorithme : approximation B-spline, avec la sécurité « anti-retournement » basée sur le même principe que l'algorithme de mise en forme des données (section I.3.3.3, page 51).

On citera pour rappel les deux principaux avantages que nous avons recherchés tout au long de son élaboration :

- compatibilité complète et automatique avec un algorithme d'optimisation via le fichier texte de définition de l'enroulement (cf. annexe A.3, page 179) ;
- faible temps de calcul, tout en étant le plus précis possible.

I.3.3.3 Mise en forme des données

La modélisation, qui est utilisée pour simuler le réservoir sous le code EF ANSYS (cf. section II.3, page 83), est une modélisation EF dans laquelle la structuration composite est modélisée par des éléments de type coque. Il s'agit d'un choix en vue de préparer la procédure d'optimisation au niveau du temps de calcul. Il ne sera pas nécessaire en effet de remailler le modèle à chaque nouvelle structuration que l'on souhaitera tester, supprimant de ce fait les temps de maillage.

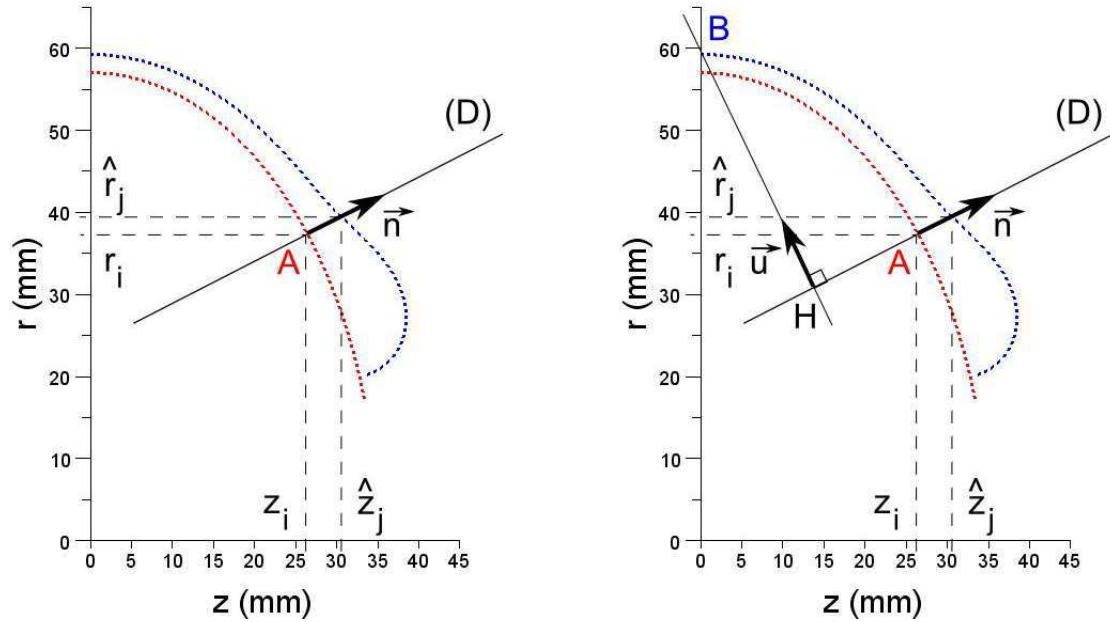
Toutefois cela pose un problème de formulation des données de structuration calculées jusqu'à présent. Pour affecter correctement ces données aux éléments coques d'ANSYS, celles-ci doivent être formulées par rapport aux normales de ces éléments coques ou autrement dit par rapport aux normales de la ligne génératrice initiale (liner). Or ce n'est pas le cas puisque pour calculer correctement chaque nouvelle pseudo-couche, les épaisseurs ont dû être calculées et ajoutées par rapport aux normales de la pseudo-couche antérieure. Toutes les données calculées sont donc formulées en fonction et par rapport aux pseudo-couches précédentes. Elles dépendent ainsi de la construction de la structuration.

Par ailleurs, de part la nécessité d'utiliser un grand nombre de points d'intégration (environ 30 000) et ce pour chaque pseudo-couche, la quantité de données générée par le modèle peut devenir très importante. Or toutes ces données ne sont pas forcément utiles pour la modélisation EF du réservoir. En effet, les discrétisations EF des dômes ne sont pas, pour des raisons de coûts numériques, aussi raffinées que celles employées dans le modèle de structuration.

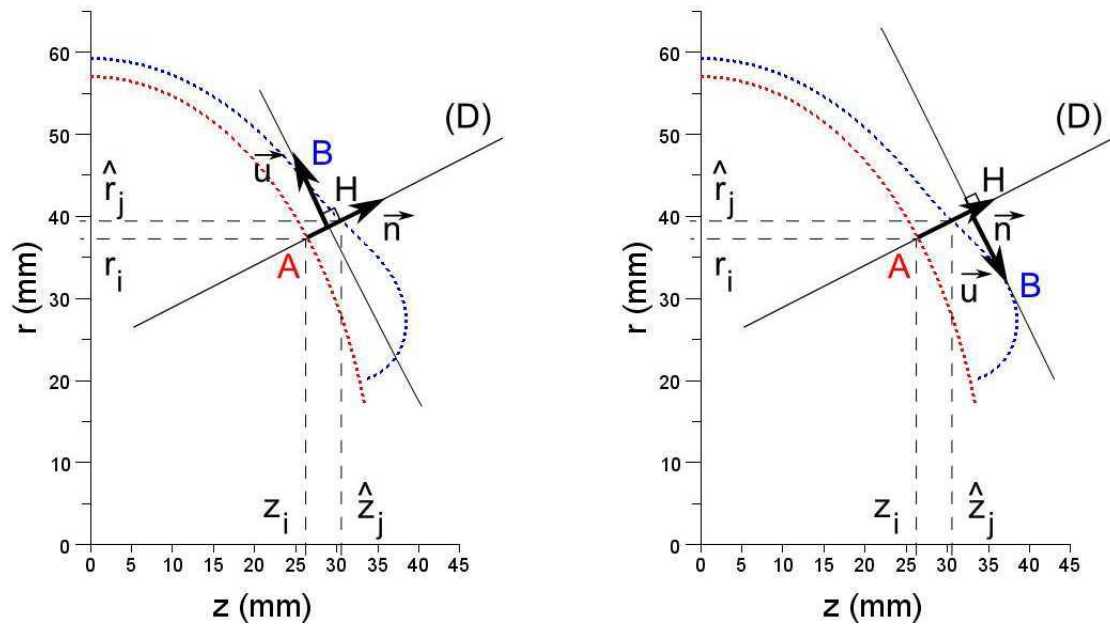
Le tri et la mise en forme des données sont donc des étapes importantes quant à l'exploitation du modèle de structuration développé pour son utilisation dans le code EF. Ces étapes peuvent être très gourmandes en ressources numériques lorsque celles-ci ne sont pas optimisées : nombreuses boucles imbriquées, plusieurs « étapes-test » à chaque incrément, sous-incrément. . .

Afin de répondre à ces enjeux, une méthode de mise en forme des données calculées a été développée et une procédure de tri utilisée.

La méthode développée pour mettre en forme les données est basée sur le principe de la dichotomie [I⁴⁴] (encadrement de plus en plus restrictif de la valeur cible). Elle a pour but de minimiser au maximum le temps de calcul et les calculs inutiles. La différence principale avec la méthode de dichotomie usuelle réside dans le critère de test. De manière générale, le critère de test est le signe de la différence (valeur_fonction - valeur_cible). Il sert à déterminer si la valeur cible est dans la partie gauche ou droite de l'intervalle de recherche. Dans notre cas, il a fallu trouver un critère remplissant le même rôle.



(a) Discretisation de la première (liner) et de la seconde ligne génératrice. (b) Initialisation de la procédure de mise en forme : la position du point B correspond au premier incrément dans la discrétisation de la seconde ligne génératrice.



(c) B est à la gauche de la droite (D) : $\vec{n} \wedge \vec{u} = 1$. (d) B est à la droite de la droite (D) : $\vec{n} \wedge \vec{u} = -1$.

Figure I.28 – Schéma de principe de la mise en forme des données d'enroulement par rapport aux normales des points d'intégration du liner.

Le critère de test développé est basé sur le produit vectoriel de deux vecteurs. Considérons, figure I.28(a), la ligne génératrice initiale (liner), puis un point A de cette ligne (le point A correspond à un point d'intégration de coordonnées (z_i, r_i)). En ce point passe une droite (D) , normale à la ligne génératrice initiale, de vecteur directeur \vec{n} . Considérons maintenant un point B (figure I.28(b), le point B correspond à un deuxième point d'intégration) appartenant à la ligne génératrice suivante et un point H comme étant le projeté orthogonal du point B sur la droite (D) . Soit \vec{u} le vecteur unitaire associé au vecteur \vec{HB} . En calculant le produit vectoriel $\vec{n} \wedge \vec{u}$ et en déterminant son orientation suivant $\vec{\theta}$, il est possible de savoir si le point B se trouve à droite ou à gauche de la droite (D) au niveau de la ligne génératrice suivante (figures I.28(c) et I.28(d)).

La méthode de la dichotomie peut ainsi être utilisée pour trouver (i) le point d'intégration de la deuxième ligne génératrice (point (\hat{z}_j, \hat{r}_j)) le plus proche de la normale en A et (ii) l'indice d'incrément associé. En dupliquant, ce principe à l'ensemble des points de la ligne génératrice initiale et en le généralisant à l'ensemble des pseudo-couches, la reformulation des données peut s'effectuer avec un minimum de calculs et de temps. La convergence de la dichotomie est assurée en $\log_2(N)$ soit en 15 calculs pour chaque pseudo-couche dans notre cas ($\log_2(30000)$). De cette manière, toutes les données peuvent être reformulées par rapport à la ligne génératrice du liner et en un minimum de temps. Cette mise en forme des données est une étape indispensable pour pouvoir renseigner correctement la structuration composite dans le modèle EF, en particulier si des éléments de type coque sont utilisés. L'algorithme I.29 résume cette approche.

Une fois les données mises en forme, la dernière étape consiste à trier les données via la corrélation des cotes z_{elem} des éléments coques du modèle EF avec les 30 000 cotes z_i issues des calculs numériques du modèle. Une procédure de tri (tri par sélection) est utilisée à cette fin. Enfin, les données des angles et des épaisseurs peuvent être affectées aux éléments. Des éléments de type coque ou solide peuvent être utilisés pour les analyses mécaniques. La figure I.30 montre un exemple du résultat de l'importation des données des dômes dans le modèle EF. La procédure d'importation est automatique et réalisée en moins de 10s après l'exécution du modèle d'enroulement. Le temps d'exécution du modèle d'enroulement est très rapide avec l'exécutable FORTRAN (environ 1s pour la configuration de l'exemple de la figure I.30).

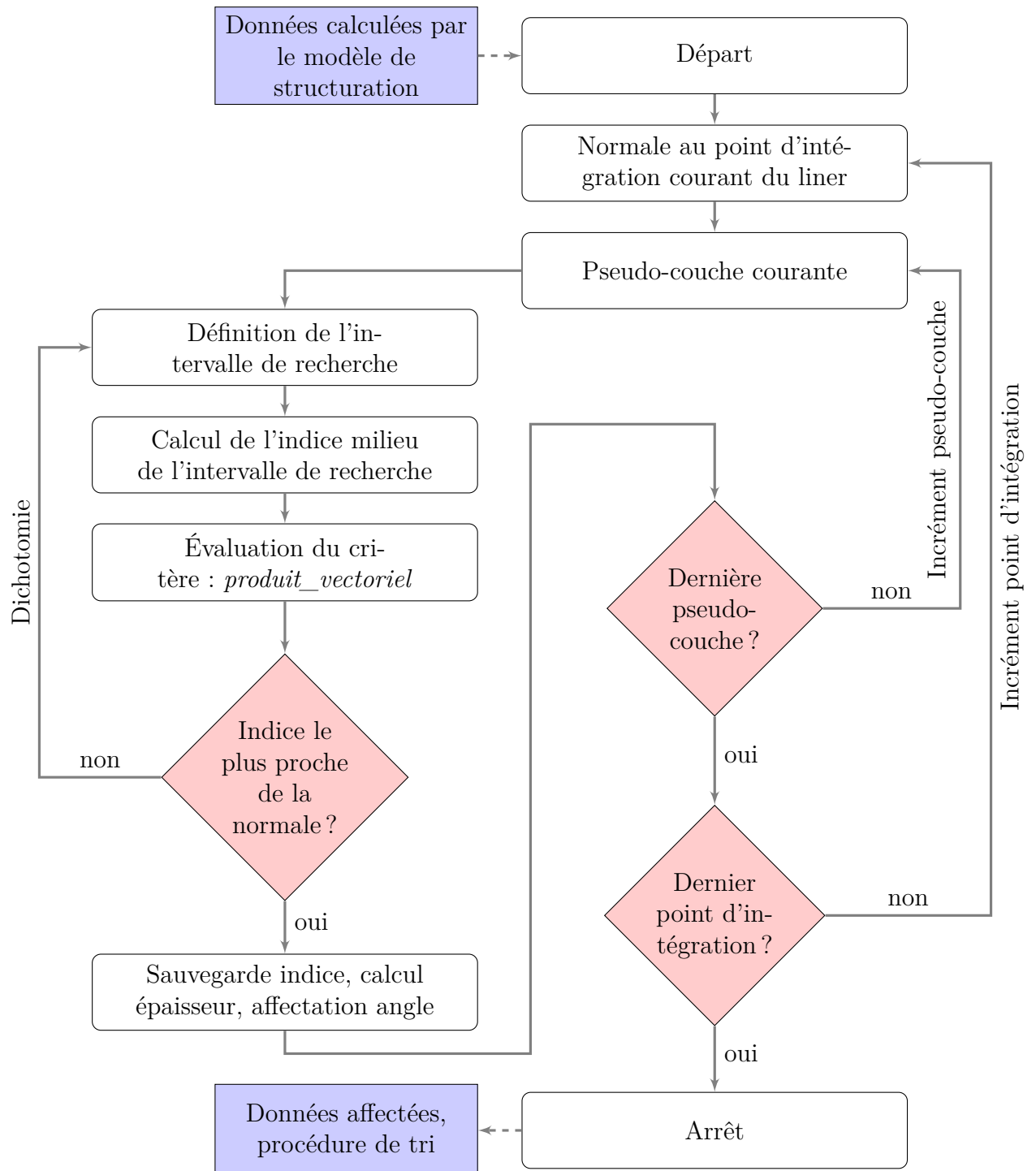


Figure I.29 – Sous-algorithme : mise en forme des données d'enroulement par rapport aux normales des points d'intégration du liner.

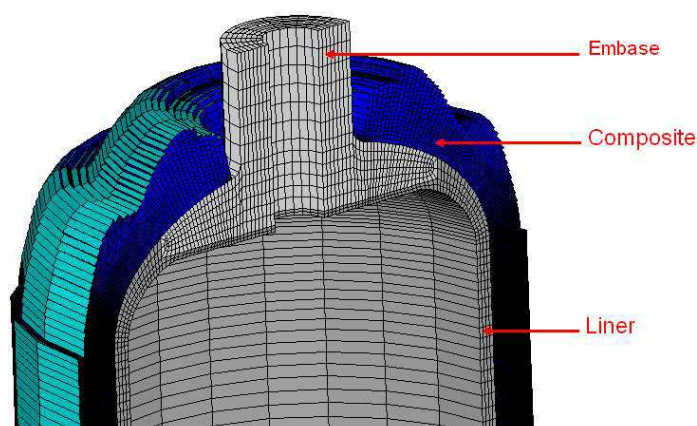


Figure I.30 – Résultat de l’importation des données géométriques du dôme dans le modèle EF. Dans cet exemple, des éléments de type coque et solide ont été utilisés pour modéliser respectivement la structuration composite et le liner avec les embases.

I.4 Simulations

Cette section a pour objectif de présenter les possibilités du modèle développé ainsi que de comparer les résultats de la simulation d’une structuration avec l’expérience.

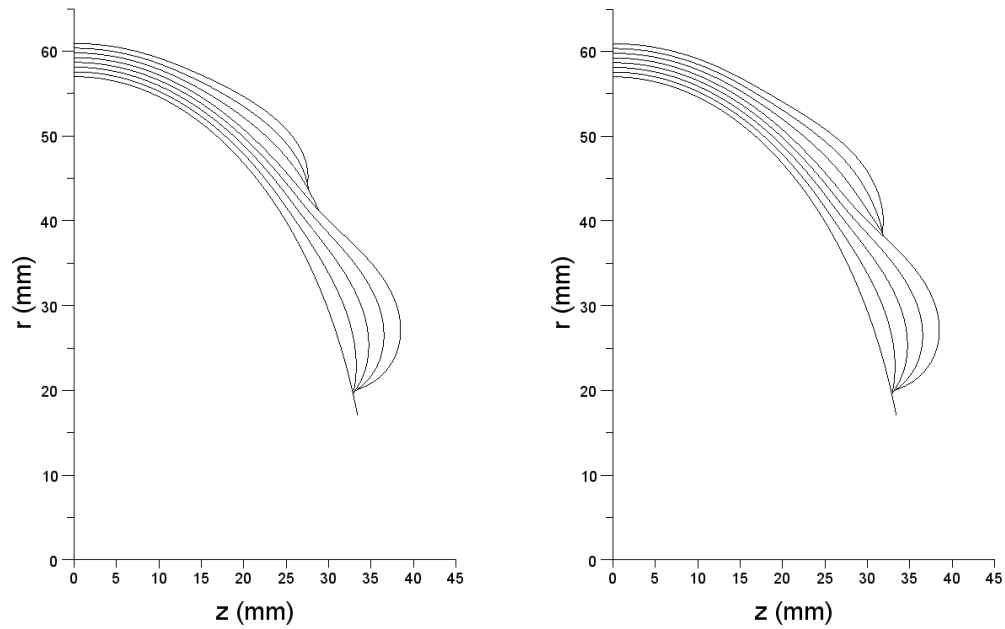
I.4.1 Possibilités

Les résultats des simulations introduits dans cette partie ont pour but d’illustrer le comportement du modèle, sous les hypothèses présentées dans la section précédente :

- angles initiaux d’enroulement croissants ;
- épaisseur nulle en arrêt d’enroulement.

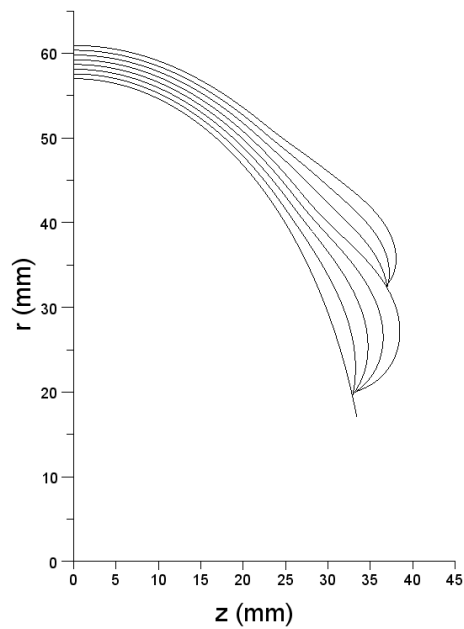
La figure I.31 présente l’effet de la non-géodésie sur la topologie de la structuration dans les dômes. En effet, plusieurs topologies ou configurations sont disponibles à partir de la même structuration de virole. Le nombre de ces configurations est dépendant du coefficient de glissement statique λ_s autorisé par le matériau, du type d’enroulement (voie sèche, voie humide) et de la géométrie et état de surface (rugosité) de la surface de révolution. Comme on peut le constater, le fait de considérer la non-géodésie et de s’en permettre l’utilisation, élargit vraiment les possibilités de design des dômes. Le coefficient de glissement maximal se révèle donc être un paramètre d’optimisation tant que celui-ci est réaliste et satisfait la relation : $|\lambda_{max}| \leq \lambda_s$.

De même, la figure I.32 montre l’impact de la largeur de la bande d’enroulement b (cf. formulation de Wang, section I.3.2.3, page 30) sur l’épaisseur générale de la structuration et les arrêts d’enroulement. On remarquera que la répartition des épaisseurs est beaucoup plus homogène dans le cas de forte largeur de bande, ce qui a pour conséquence de diminuer les sur-épaisseurs en fin d’enroulement.



(a) Enroulements non-géodésiques positifs

(b) Enroulements géodésiques



(c) Enroulements non-géodésiques négatifs

Figure I.31 – Effet de la non-géodésie sur la topologie des dômes, la première pseudo-couche restant inchangée.

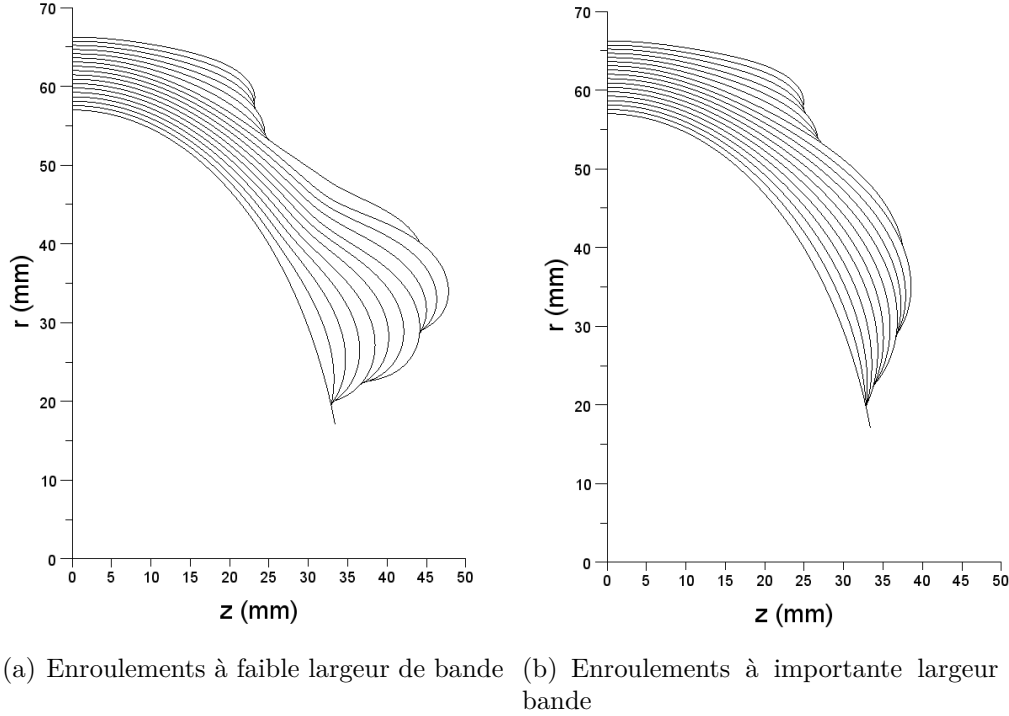


Figure I.32 – Exemples d’enroulements à largeurs de bandes différentes.

Enfin, pour illustrer la stabilité du modèle, la figure I.33 présente deux résultats de simulation dans le cas de « structurations extrêmes ». On s’aperçoit ainsi que le modèle développé est apte à satisfaire les besoins de l’optimisation.

I.4.2 Comparaison avec l’expérience

Dans cette partie les résultats issus des simulations numériques du modèle sont confrontés et comparés aux micrographies expérimentales des dômes des réservoirs. Les réservoirs expérimentaux (réservoirs 2L) ont été fabriqués par le CEA (Commissariat à l’Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives), un des partenaires de ce projet. Malheureusement tous les paramètres expérimentaux spécifiques à l’enroulement filamentaire n’ont pas pu être contrôlés lors de la fabrication. En particulier, le bobinage de réservoirs dont la structuration serait entièrement et réellement géodésique n’est pas supporté par le logiciel d’enroulement (Cadwind) : en effet celui-ci utilise, pour la détermination des trajectoires des fibres, uniquement des surfaces de révolution à profil elliptique. Les effets des augmentations locales des épaisseurs ne sont donc pas pris en compte au niveau des profils des lignes génératrices. À la différence du logiciel d’enroulement expérimental, le modèle présenté jusqu’ici considère ces changements de profils dans les calculs de la structuration globale. Ainsi, des structurations entièrement géodésiques peuvent être calculées par le modèle mais ne peuvent pas être bobinées expérimentalement par le logiciel. Par conséquent, de réelles comparaisons entre modèle et expérience ne peuvent pas être conduites

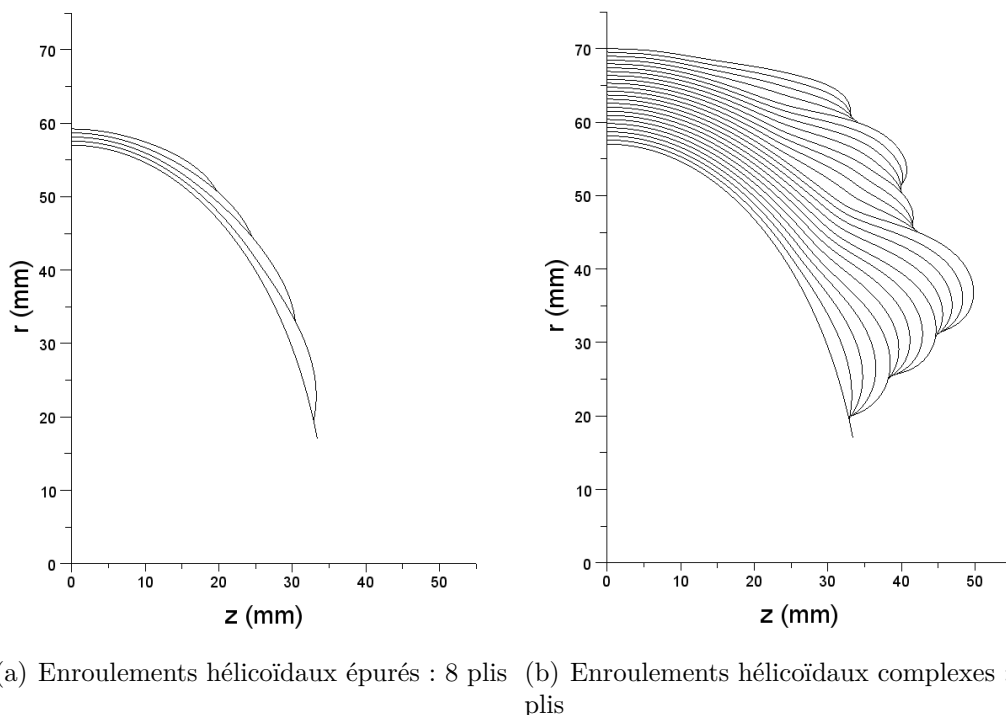


Figure I.33 – Exemples d'enroulements extrêmes.

puisque, expérimentalement, même en ne spécifiant aucun coefficient de glissement, les réservoirs bobinés présenteront tout de même des enroulements non-géodésiques et ceci dans une proportion qui nous est inconnue.

Toutefois, afin de valider le comportement du modèle d'enroulement, sont présentées, figure I.34, les comparaisons des prédictions numériques avec l'expérience. La première figure (figure I.34(a)) montre la micrographie d'une partie du réservoir. La séquence d'empilement du laminé est composée de plis circonférentiels internes et externes¹⁰ en plus des plis hélicoïdaux. C'est la raison pour laquelle, dans les figures I.34(b) à I.34(d), il existe une différence d'épaisseur à la jonction (en $z=0$) entre l'épaisseur globale expérimentale et celle donnée par le modèle. Un examen détaillé de la figure I.34(a) révèle les pseudo-couches du laminé. Il peut être également noté que quelques zones dans le dôme ne présentent pas de fibres de carbone. Il s'agit certainement du résultat du fluage de la résine au cours du cycle à l'autoclave.

La figure I.34(b) montre la superposition de la micrographie expérimentale avec la prédiction numérique de la structuration correspondante dans le cas où des enroulements entièrement géodésiques sont spécifiés dans le modèle (cas A). Bien qu'il existe des différences entre la prédiction et l'expérience, qui sont imputables (i) à la pertinence de la comparaison et (ii) en partie à l'hypothèse arbitraire d'épaisseur nulle aux arrêts d'enrou-

10. Les plis circonférentiels internes sont des plis intercalés entre deux couches hélicoïdales, les plis circonférentiels externes sont les derniers plis bobinés.

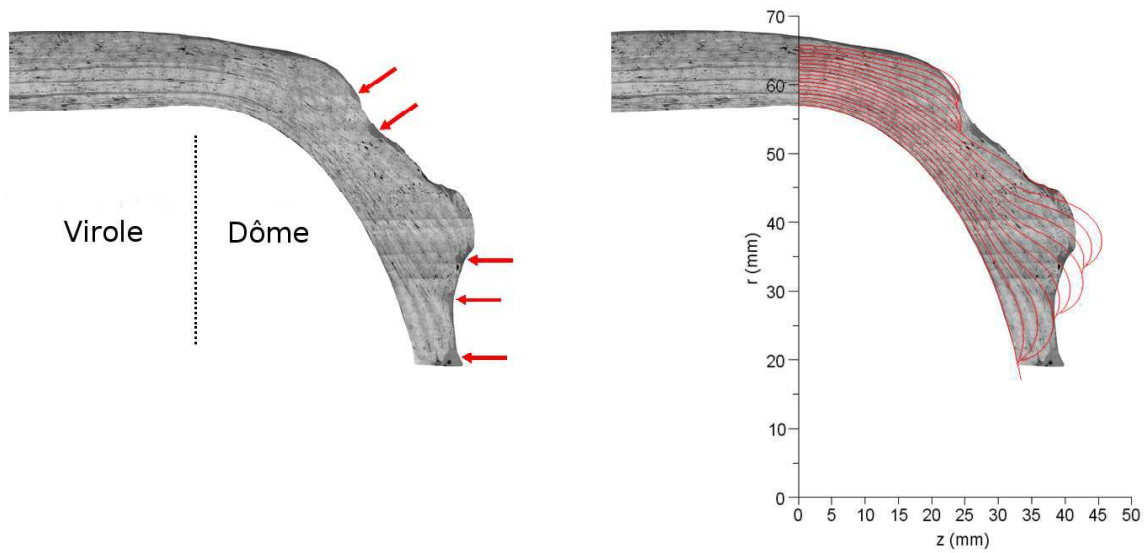
lement, le comportement du modèle est tout à fait satisfaisant des points de vue des épaisseurs générales et des positions des arrêts d'enroulement. Le seul point délicat concerne le recouvrement de la première couche jusqu'en butée du bouchon de l'embase à cause de la présence du congé de raccordement sur l'embase (non considéré par le modèle) qui retarde l'arrêt d'enroulement. À l'inverse, la figure I.34(c) montre la même micrographie mais superposée cette fois à une prédiction numérique de la structuration présentant des enroulements non-géodésiques (cas B). Le but étant de voir moyennant des enroulements non-géodésiques si le modèle est capable de retranscrire la structuration expérimentale, qui pour rappel présente forcément des enroulements non-géodésiques. Enfin, la figure I.34(d) présente la prédiction par défaut du modèle d'enroulement (épaisseurs non nulles en fin d'enroulement). On peut constater que dans ce cas la prédiction semble moins bonne dans les zones d'arrêt.

La comparaison entre l'expérience et les deux structururations prédites (cas A et B) révèle que :

- les paramètres non-géodésiques sont très importants pour prédire convenablement la structuration dans les dômes. Ils doivent être expérimentalement contrôlés et mesurés (λ_{lim}) pour (i) atteindre une bonne correspondance entre le modèle de prédiction et l'expérience et (ii) assurer la faisabilité de l'enroulement. Il s'agit d'un prérequis à l'optimisation.
- dès lors que les paramètres d'enroulement sont contrôlés, le modèle est capable de prédire correctement les caractéristiques géométriques de la structuration dans les dômes. Le comportement du modèle est très satisfaisant.

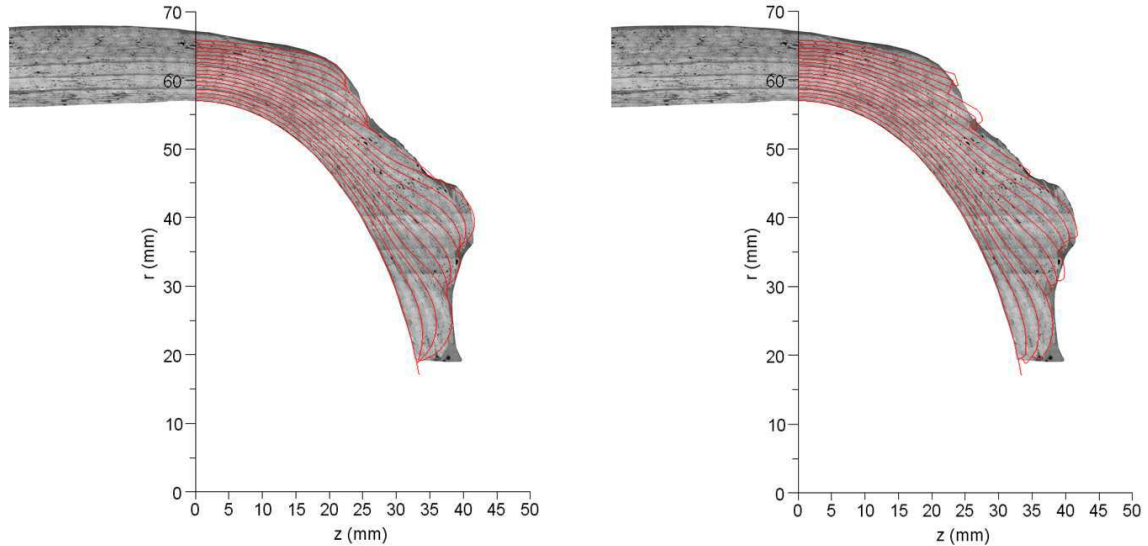
Les comparaisons entre les angles d'enroulement théoriques et expérimentaux ne sont pas directement possibles car il est très difficile de procéder au relevé des angles expérimentaux, surtout avec l'alternance des bandes d'enroulement au cours du bobinage. En revanche du fait de la conformité des positions des arrêts d'enroulement théoriques et expérimentaux, qui pour rappel dépendent des évolutions des angles d'enroulement, on peut en déduire que les évolutions théoriques des angles du modèle semblent être proches des évolutions expérimentales.

Pour conclure cette partie, les résultats expérimentaux présentés permettent de rendre compte du comportement global du modèle développé et de sa capacité d'adaptation. Même si certains points pourraient être améliorés (épaisseur en fin d'enroulement au niveau du bouchon de l'embase), le modèle est déjà très performant ce qui est de bonne augure pour la phase d'optimisation et pour retranscrire le comportement mécanique du réservoir, point qui sera abordé au chapitre suivant.



(a) Image micrographique seulement.

(b) Image micrographique avec la superposition de la prédiction correspondante du modèle (cas A : hypothèse géodésique).



(c) Image micrographique avec la superposition de la prédiction correspondante du modèle (cas B : hypothèse non-géodésique).

(d) Image micrographique avec la superposition de la prédiction correspondante par défaut du modèle (épaisseurs non nulles aux positions d'arrêts, cas B : hypothèse non-géodésique).

Figure I.34 – Confrontation des simulations à l'expérience. Les données ont été calculées pour les mêmes angles initiaux, épaisseurs et largeur de bande que pour l'expérience. Les micrographies ont été réalisées par le partenaire ARMINES.

I.5 Conclusion

Dans le but d'élargir le domaine de recherche du processus d'optimisation, un modèle de prédiction des structurations multi-couches des dômes de réservoir a été introduit dans ce chapitre [I⁴⁵]. Les effets de la séquence d'empilement, des évolutions des angles et des épaisseurs d'enroulement, et de certains paramètres procédés (non-géodésie, épaisseur de la bande d'enroulement) ont été pris en compte pour prévoir le plus fidèlement possible les structurations multi-couches de ces dômes. Pour ce faire, le principe clé du modèle développé a été l'utilisation d'un lissage numérique (approximation B-spline) à chaque pseudo-couche, permettant d'assurer la stabilité des calculs des angles et des épaisseurs d'enroulement sous les hypothèses de calcul (angles croissants, épaisseurs nulles aux arrêts d'enroulement...).

À la différence d'autres modèles, le modèle proposé intègre d'importants paramètres d'enroulement dans le calcul des données géométriques des dômes (angles et épaisseurs) et est capable de gérer des enroulements non-géodésiques à partir de la détermination du coefficient de glissement statique λ_s .

Les résultats des simulations ont été présentés et comparés à l'expérience. Ces comparaisons ont montré (i) l'importance de la non-géodésie des paramètres procédés ainsi que de leur contrôle sur les prédictions et (ii) qu'une corrélation entre prédictions et expériences était possible, rendant possible l'utilisation du modèle à des fins d'optimisation (automatisation de l'optimisation) et pour étudier le comportement mécanique du réservoir.

Enfin, dans un but d'élargir encore les possibilités du modèle, plusieurs pistes d'amélioration pourraient être étudiées à l'avenir, parmi elles :

- la gestion des recouvrements via la création de zones de cavité d'épaisseurs non nulles pour lever la limitation sur l'utilisation d'angles croissants et d'épaisseurs nulles aux arrêts d'enroulement ;
- l'intégration d'éventuels renforcements par des plis circonférentiels dans les dômes.

Références bibliographiques

- [I¹] V.V. VASILIEV, A.A. KRIKANOV et A.F. RAZIN : New generation of filament-wound composite pressure vessels for commercial applications. *Composite Structures*, 62(3 - 4):449–459, 2003.
- [I²] P. KRAWCZAK : Réservoirs haute pression en composites. *Techniques de l'ingénieur*, AM5530, 2002.
- [I³] P. HANNIFIN : *Profiles Composites, AP, Bayer, NASA, NCMS, Toray Carbon Fiber*. 2071B Malaview Avenue West Sidney, BC, Canada V8L 5X6 250-655-7142 250-655-7148 (fax) geoff.wood@profilecomposites.com, 2009.
- [I⁴] T.W. BOOKHART et A.H. FOWLER : Geodesic Paths on Surfaces of Revolution : A Computer-Aided Filament Winding Program. *Technical Report Y-1660, Union Carbide Corporation, Nuclear Division, Y-12 Plant, Oak Ridge, Tennessee*, 1966.
- [I⁵] B.S. JOHANSEN, A. LYSTRUP et M.T. JENSEN : CADPATH a complete program for the CAD-, CAE- and CAM-winding of advanced fibre composites. *Journal of Materials Processing Technology*, pages 194–200, 1998.
- [I⁶] M. HOJJATI, V. Safavi ARDEBILI et S.V. HOA : Design of domes for polymeric composite pressure vessels. *Composites Engineering*, 5(1):51–59, 1995.
- [I⁷] J.D. CARVALHO, M. LOSSIE, D. VANDEPITTE et H.V. BRUSSEL : Optimization of filament-wound parts based on non-geodesic winding. *Composites Manufacturing*, 6(2):79–84, 1995.
- [I⁸] S. KOUSSIOS, O.K. BERGSMA et G. MITCHELL : Non-geodesic filament winding on generic shells of revolution. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L : Journal of Materials Design and Applications*, 2004.
- [I⁹] V. MIDDLETON, K.W. YOUNG, D.G. ELLIMAN et M.J. OWEN : Software for Filament Winding. *Automated Composites, 9.1-9.6. The Plastics and Rubber Institute, Nottingham, UK*, 1986.
- [I¹⁰] L. YUODONG, Z. ZHENQIANG et W. GUOZHAO : An extension of clariaut equation and its application. *Applied Mathematics- A Journal of Chinese Universities*, 12:1–14, 1997.

Références bibliographiques

- [I¹¹] S. KOUSSIOS, A. BEUKERS et P.T. STATHIS : Manufacturability of composite pressure vessels : application of non-geodesic winding. 16 th International Conference on Composite Materials, Kyoto, Japan, July 2007.
- [I¹²] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound domes based on continuum theory and non-geodesic roving trajectories. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 41(9):1312–1320, 2010. Special Issue on 10th Deformation & Fracture of Composites Conference : Interfacial interactions in composites and other applications.
- [I¹³] S. KOUSSIOS, O.K. BERGSMA et A. BEUKERS : Filament winding. Part 1 : determination of the wound body related parameters. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 35(2):181–195, 2004.
- [I¹⁴] S. KOUSSIOS : *Filament Winding : a Unified Approach*. Thèse de doctorat, Delft University Press P.O. Box 98 2600 MG Delft The Netherlands, 2004.
- [I¹⁵] D. T. JONES, I. A. JONES et V. MIDDLETON : Improving composite lay-up for non-spherical filament-wound pressure vessels. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 27(4):311–317, 1996. 4th International Conference on Automated Composites.
- [I¹⁶] H. LI, Y. LIANG et H. BAO : Splines in the parameter domain of surfaces and their application in filament winding. *Computer-Aided Design*, 39(4):268–275, 2007.
- [I¹⁷] C-U. KIM, C-S. HONG, C-G. KIM et J-Y. KIM : Optimal design of filament wound type 3 tanks under internal pressure using a modified genetic algorithm. *Composite Structures*, 71(1):16–25, 2005.
- [I¹⁸] C-U. KIM, J-H. KANG, C-S. HONG et C-G. KIM : Optimal design of filament wound structures under internal pressure based on the semi-geodesic path algorithm. *Composite Structures*, 67(4):443–452, 2005.
- [I¹⁹] D. CHAPELLE et D. PERREUX : Optimal design of a Type 3 hydrogen vessel : Part I—Analytic modelling of the cylindrical section. *International Journal of Hydrogen Energy*, 31(5):627–638, 2006.
- [I²⁰] S. KOUSSIOS : Design of cylindrical composite pressure vessels : integral optimisation. 17th International Conference on Composite Materials, Edinburgh, UK, July 2009.
- [I²¹] P. FRANCESCATO, A. GILLET, D. LEH et P. SAFFRÉ : Comparison of optimal design methods for type 3 high-pressure storage tanks. *Composite Structures*, 94(6):2087–2096, 2012.
- [I²²] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound circular toroidal hydrogen storage vessels based on non-geodesic fiber trajectories. *International Journal of Hydrogen Energy*, 35(2):660–670, 2010.
- [I²³] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound isotenoid pressure vessels with unequal polar openings. *Composite Structures*, 92(9):2307–2313, 2010. Fifteenth International Conference on Composite Structures.

- [I²⁴] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Shape optimization of filament wound articulated pressure vessels based on non-geodesic trajectories. *Composite Structures*, 92(2):339–346, 2010.
- [I²⁵] L. ZU, D. ZHANG, Y. XU et D. XIAO : Integral design and simulation of composite toroidal hydrogen storage tanks. *International Journal of Hydrogen Energy*, In Press, Corrected Proof:–, 2011.
- [I²⁶] J-S. PARK, C-S. HONG, C-G. KIM et C-U. KIM : Analysis of filament wound composite structures considering the change of winding angles through the thickness direction. *Composite Structures*, 55(1):63–71, 2002.
- [I²⁷] Abaqus SIMULIA : *Wound Composite Modeler For Abaqus, User's Manual*, version 6.10-1 édition, 2008.
- [I²⁸] R. WANG, W. JIAO, W. LIU et F. YANG : A new method for predicting dome thickness of composite pressure vessels. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 29(22):3345–3352, 2010.
- [I²⁹] D.L. GRAY et D.J. MOSER : Finite Element Analysis of a Composite Overwrapped Pressure Vessel. 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderdale, FL, AIAA 2004-3506, American Institute of Aeronautics and Astronautics., 2004.
- [I³⁰] S.T. PETERS, W.D. HUMPHREY et R.F. FORAL : *Filament winding composite structure fabrication*. SAMPE International Business Office, 2000.
- [I³¹] J. SCHOLLIERS : *Robotic filament winding of asymmetric composite parts*. Thèse de doctorat, K. U. Leuven, 1992.
- [I³²] R. WANG, W. JIAO, W. LIU, F. YANG et X. HE : Slippage coefficient measurement for non-geodesic filament-winding process. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(3):303–309, 2011.
- [I³³] S. KOUSSIOS et O.K. BERGSMA : Friction Experiments for Filament Winding Applications. *Journal of THERMOPLASTIC COMPOSITE MATERIALS*, 19, January 2006.
- [I³⁴] R.F. HARTUNG : Planar-wound filamentary pressure vessel. *AIAA Stud J*, (1 : 2842-2844), 1963.
- [I³⁵] D.A. STANG : The use of planar ribbon winding for control of polar build-up in filament-wound tank. *Proceedings of 14th SAMPE conference, Cocoa Beach, Florida*, 14, 1968.
- [I³⁶] A.C. KNOELL : *Structural design and stress analysis program for advanced composite filament wound axisymmetric pressure vessel (CMLTRANK)*, JPL Technical report 32-1521, NASA, 1971.
- [I³⁷] K.C. GRAMOL, F. NAMIKI et J. ONODA : Dome thickness of filament wound pressure vessels. *Trans Jpn Soc Aerospace Sci*, (100(33) : 66-79), 1990.
- [I³⁸] A.A. KRIKANOV : Refined thickness of filament wound shells. *Sci Eng Compos Mater*, (10(4) : 241-248 (2002)), 2002.

Références bibliographiques

- [I³⁹] R. WANG, W. JIAO, W. LIU et F. YANG : Dome thickness prediction of composite pressure vessels by a cubic spline function and finite element analysis. *Polymers and polymer composites*, 19(2-3):227–234, 2011.
- [I⁴⁰] S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Influence of laminate thickness approximation methods on the performance of optimal filamentary pressure vessels. 23rd Annual Conference of the American Society for Composites, Memphis, TN, Sept 9-11 2008.
- [I⁴¹] T. GUILLOD et J-B. MATHEY : *Interpolations, courbes de Bézier et B-Splines*, *Bulletin de la Société des Enseignants Neuchâtelois de Sciences*, 34, Lycée Blaise-Cendrars, 2008.
- [I⁴²] H. ZHANG et J. FENG : *B-spline Interpolation and approximation*, *State Key Lab of CAD and CG Zhejiang University*, 2006.
- [I⁴³] C. DE BOOR : *A pratical guide to splines, Revised version*, Springer, 2001.
- [I⁴⁴] B. OBSIEGER : *Numerical Methods II - Roots and Equation Systems*. university-books.eu, 2012.
- [I⁴⁵] D. LEH, P. SAFFRÉ, P. FRANCESCATO et R. ARRIEUX : Multi-sequence dome lay-up simulations for hydrogen hyper-bar composite pressure vessels. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 52(0):106 – 117, 2013.

Chapitre II

Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

Afin d'appréhender le comportement mécanique du réservoir et donc la rupture du réservoir, l'utilisation d'une modélisation par Éléments Finis associée à un mécanisme d'endommagement des couches composites du réservoir s'avère nécessaire.

Le but de ce chapitre est certes de présenter cette modélisation et ce modèle d'endommagement mais également de préciser les hypothèses et choix qui ont été faits en relation avec (i) le comportement mécanique spécifique des réservoirs et (ii) la tâche d'optimisation qui sera présentée dans le chapitre suivant.

Enfin, nous présenterons les résultats de plusieurs simulations illustrant l'impact de certains paramètres sur la tenue à rupture du réservoir.

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

Sommaire

II.1	Introduction	69
II.2	Modèles d'endommagement	70
II.2.1	Les modèles continus	72
II.2.2	Les modèles progressifs	75
II.2.3	L'Analyse Progressive de la Rupture (APR)	76
II.3	Modélisation par Éléments Finis du réservoir	83
II.3.1	Modèle mixte	83
II.3.1.1	Modélisation tranche	83
II.3.1.2	Modélisation complète	87
II.3.2	Modèle solide	88
II.4	Simulation de la tenue à rupture du réservoir	92
II.4.1	Intégration du modèle d'endommagement	92
II.4.1.1	Préparation aux calculs	92
II.4.1.2	Procédure générale	94
II.4.2	Simulations	96
II.4.2.1	Mode d'éclatement	96
II.4.2.2	Comparaison entre modèle mixte et modèle solide	96
II.4.2.3	Influence du maillage	99
II.4.2.4	Influence de la variable d'endommagement	102
II.5	Conclusion	108
	Bibliographie du chapitre II	111

II.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons construit un modèle de structuration de l'enveloppe composite des dômes du réservoir. Il s'agissait d'améliorer nos connaissances sur les positionnements et les épaisseurs des renforts fibreux. À partir des données issues de ce modèle, le comportement mécanique des réservoirs peut être simulé dans un code de calcul par éléments finis.

Classiquement, différentes approches de conception sont utilisées pour le dimensionnement des structures composites :

- le dimensionnement en Rupture Premier Pli (RPP) où l'on cherche à dimensionner la structure de sorte à n'avoir aucun dommage en conditions d'utilisation. Cette approche est généralement la plus conservative ;
- le dimensionnement en rupture fibres où l'on se focalise uniquement sur la satisfaction du critère de rupture dans le sens des fibres ;
- le dimensionnement avec prise en compte de l'endommagement du matériau. Cette approche permet de dimensionner au plus proche la structure compte tenu du cahier des charges. Le cahier des charges du projet OSIRHYS IV est présenté en annexe B, page 181.

Dans notre cas, on souhaite retenir une approche compatible avec l'optimisation tout en dimensionnant de manière adaptée les réservoirs. L'introduction d'un modèle d'endommagement composite est donc nécessaire si on veut pouvoir optimiser au mieux le réservoir. Ceci constitue donc l'objet principal de ce chapitre : on cherche à simuler le mieux possible le comportement à la rupture du réservoir, mais (i) toujours en regard avec les contraintes imposées par l'optimisation c.-à-d. temps de calculs faibles... et (ii) en respectant le cahier des charges et notamment les aspects normatifs (coefficient de sécurité $s = 2.25$, rupture du réservoir dans la virole...)

Ce chapitre est organisé en trois sections. Une rapide présentation des modèles d'endommagement existants ainsi que du modèle d'endommagement retenu sera proposée. Dans un deuxième temps, les modélisations EF du réservoir seront présentées. Enfin, des comparaisons des simulations avec les essais expérimentaux à l'éclatement d'un réservoir de référence, seront exposées en vue de préparer la phase d'optimisation.

II.2 Modèles d'endommagement

Prévoir le comportement mécanique à l'endommagement des stratifiés composites est un enjeu essentiel pour optimiser d'une part les conceptions mécaniques et d'autre part pour réduire les coûts des campagnes de caractérisation ou de validation. L'endommagement est un phénomène irréversible de détérioration ou dégradation du matériau, se traduisant par des baisses notables des propriétés mécaniques. Celui-ci peut être plus ou moins prononcé en fonction du type de chargement et plus particulièrement en fonction de l'anisotropie du matériau dans le cas des matériaux composites. Dans le cas de stratifiés composites, les effets de l'endommagement peuvent se faire sentir bien avant la ruine de la structure (accumulation de dommages), si bien que l'utilisation des critères de rupture n'est plus suffisante pour prédire la rupture finale. Plusieurs modèles d'endommagement ont été développés dans ce but.

Les mécanismes d'endommagement et de rupture des stratifiés composites sont nombreux si bien que les modèles pour les prédire sont complexes. Les fissures de petites tailles et réparties de façon homogène dans le stratifié peuvent être décrites à l'aide de la mécanique de l'endommagement progressif ou continu. Pour des fissures plus importantes (délaminage) la modélisation est souvent plus délicate et peut conduire à des problèmes de maillage dans le cas des simulations numériques.

Les principaux modes d'endommagement retenus à l'échelle du pli sont la rupture de la matrice, de la fibre ou de l'interface fibre-matrice (liant, figure II.2). Ces mécanismes ont pour conséquences principales de réduire la rigidité et la tenue mécanique du stratifié.

L'hypothèse principale sur laquelle sont basés ces modèles est que le matériau ou le pli endommagé peut être remplacé par un matériau ou pli possédant des propriétés dégradées. Ainsi en fonction du type d'endommagement (matrice, fibres, interfaces) différentes propriétés intrinsèques (module longitudinal, transverse, module de cisaillement) des plis sont réduites.

Des variables d'endommagement d_1 , d_2 et d_{12} ¹ sont en général introduites dans la matrice de souplesse $[S]$ des plis endommagés pour traduire ce comportement (cf. équation (II-1b)).

1. Les directions 1, 2 et 3 correspondent aux directions d'orthotropie d'un pli unidirectionnel telles que représentées figure II.1.

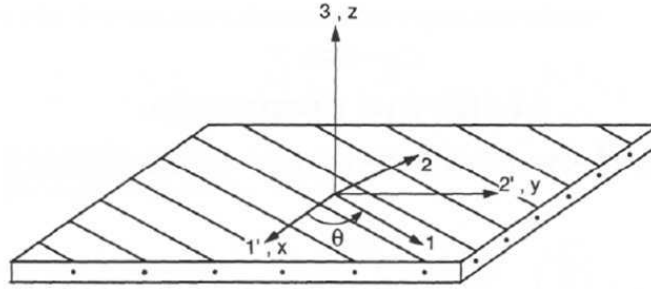


Figure II.1 – Représentation d'un pli unidirectionnel.

$$S_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad \text{Pli sain} \quad (\text{II-1a})$$

$$S_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1 \cdot (1-d_1)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{E_2 \cdot (1-d_2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12} \cdot (1-d_{12})} \end{bmatrix} \quad \text{Pli endommagé} \quad (\text{II-1b})$$

Ci-dessus, S_0 et S_d sont respectivement les matrices de souplesse contractées d'un pli élémentaire sain et d'un pli élémentaire endommagé avec E et ν le module d'Young et le coefficient de Poisson. Les variables d'endommagement, dont les valeurs sont comprises entre 0 (matériau sain) et 1 (matériau endommagé), peuvent être associées à différents modes de rupture :

- d_1 : mode rupture fibres ;
- d_2 : mode rupture matrice ;
- d_{12} : mode rupture interfaces.

Elles correspondent aux réductions adéquates des propriétés en fonction des modes d'endommagement. Elles sont supposées constantes dans l'épaisseur du pli considéré.

L'endommagement peut être interprété par la création de microcavités et les variables d'endommagement par des mesures de la densité surfacique effective de micro-cavités. Une telle interprétation mécanique suppose donc que les chargements ne soient repris que par les portions non endommagées du matériau.

Ils existent deux principaux types de modèle pilotant l'endommagement via ces variables d'endommagement :

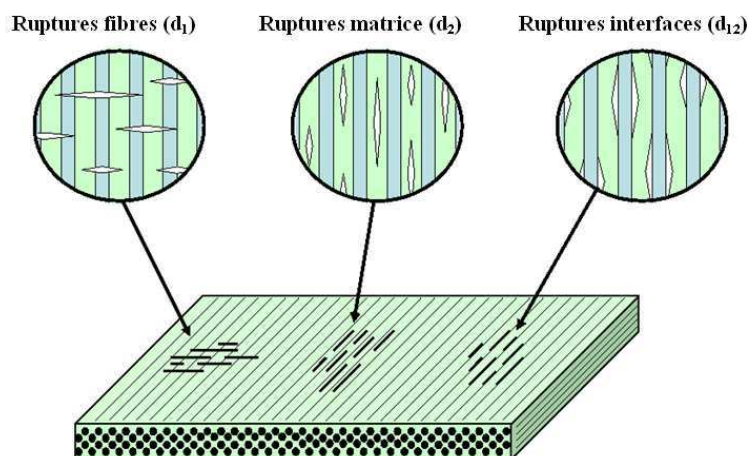


Figure II.2 – Représentation schématique des types de rupture pouvant intervenir au sein d'un pli.

- les modèles de type continu ;
- les modèles de type progressif.

De part la nature des matériaux composites, qui ont un comportement fragile, le comportement plastique n'est généralement pas considéré.

Lorsqu'une rupture dans un pli du stratifié apparaît, la matrice de souplesse du pli concerné est mise à jour selon l'un des deux types de modèles choisis. Les diminutions des propriétés des plis endommagés engendrent un transfert du chargement sur les plis sains qui à leur tour peuvent s'endommager. L'endommagement est donc un mécanisme non linéaire de part :

- la modification du comportement mécanique au cours du chargement ;
- les grands déplacements que la structure subit avant la rupture finale (non-linéarité géométrique) ;
- les différentes modifications du matériau (fissures, délaminages...) au cours du chargement (non-linéarité du matériau).

Les deux types de modèles d'endommagement ne diffèrent l'un de l'autre que par leur approche différente de la quantification des variables d'endommagement.

II.2.1 Les modèles continus

Dans le cas des modèles d'endommagement de type continu, les variables d'endommagement suivent des lois évolutives. Autrement dit, à chaque évolution du chargement, les

valeurs de ces variables changent. Ces lois d'évolution d'endommagement sont issues des formulations thermodynamiques des milieux continus avec variables internes, elles permettent généralement de prendre en compte l'initiation des dommages mais également leur accumulation (mémoire) dans le cas de chargement cyclique.

Dans la suite, nous n'exposerons que certains aspects clés des modèles d'endommagement continus. Les hypothèses, les difficultés ainsi que les concepts de base de ces modèles sont présentés dans [II¹–II¹⁵].

Désignons par \mathcal{E} l'énergie de déformation ($\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}$). Dans le repère d'orthotropie plane (1,2), l'énergie de déformation en contraintes planes s'écrit :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + 2 \cdot \sigma_{12} \varepsilon_{12}) \quad (\text{II-2})$$

Or pour un matériau isotrope transverse endommagé (UD, tissu, mat), la loi de Hooke s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 2 \cdot \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1 \cdot (1-d_1)} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2 \cdot (1-d_2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12} \cdot (1-d_{12})} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{II-3})$$

d'où :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_1^2}{E_1 \cdot (1-d_1)} + \frac{\sigma_2^2}{E_2 \cdot (1-d_2)} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12} \cdot (1-d_{12})} - 2 \cdot \frac{\nu_{12}}{E_1} \cdot \sigma_1 \sigma_2 \right]$$

soit encore en distinguant le comportement en traction de celui en compression :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{1+}^2}{E_1 \cdot (1-d_1)} + \frac{\sigma_{1-}^2}{E_1} + \frac{\sigma_{2+}^2}{E_2 \cdot (1-d_2)} + \frac{\sigma_{2-}^2}{E_2} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12} \cdot (1-d_{12})} - 2 \cdot \frac{\nu_{12}}{E_1} \cdot \sigma_1 \sigma_2 \right] \quad (\text{II-4})$$

où $\sigma_{i+} = \sigma$ et $\sigma_{i-} = 0$ si $\sigma \geq 0$, et $\sigma_{i+} = 0$ et $\sigma_{i-} = \sigma$ si $\sigma < 0$. Sous l'hypothèse des petites déformations, cette formulation permet de séparer l'énergie de déformation en une énergie de traction et une énergie de compression afin de prendre en compte le caractère unilatéral d'ouverture et de fermeture des fissures.

On désigne par Y_{d_i} : les forces thermodynamiques conjuguées des variables internes

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

d'endommagement d_i :

$$Y_{d_1} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial d_1} = \frac{\sigma_{1+}^2}{2 \cdot E_1 \cdot (1 - d_1)^2} \quad (\text{II-5a})$$

$$Y_{d_2} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial d_2} = \frac{\sigma_{2+}^2}{2 \cdot E_2 \cdot (1 - d_2)^2} \quad (\text{II-5b})$$

$$Y_{d_{12}} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial d_{12}} = \frac{\sigma_{12}^2}{2 \cdot G_{12} \cdot (1 - d_{12})^2} \quad (\text{II-5c})$$

Les évolutions des variables d'endommagement d_i dépendent (sont fonctions) notamment des forces thermodynamiques associées et plus précisément de leurs valeurs maxima au cours de l'histoire du chargement :

$$d_1 = f_1(\overline{Y_{d_1}}, \overline{Y_{d_2}}, \overline{Y_{d_{12}}}, \dots) \quad (\text{II-6a})$$

$$d_2 = f_2(\overline{Y_{d_1}}, \overline{Y_{d_2}}, \overline{Y_{d_{12}}}, \dots) \quad (\text{II-6b})$$

$$d_{12} = f_{12}(\overline{Y_{d_1}}, \overline{Y_{d_2}}, \overline{Y_{d_{12}}}, \dots) \quad (\text{II-6c})$$

où $\overline{Y_{d_1}}$, $\overline{Y_{d_2}}$ et $\overline{Y_{d_{12}}}$ sont les valeurs maximales des forces Y_{d_1} , Y_{d_2} et $Y_{d_{12}}$ dans l'histoire du chargement.

Une des forces et à la fois une des faiblesses des modèles continus réside dans les déterminations des lois d'évolution f_i qui devront (i) être adaptées en fonction du matériau (UD, tissé, mat, ...), mais surtout (ii) renseignées par de nombreux essais expérimentaux (cf. [II¹⁶–II¹⁹]). Ce sont ces lois d'évolution qui permettront de retranscrire l'endommagement du composite par des diminutions continues des propriétés du matériau.

L'utilisation de modèles d'endommagement de type continu est reconnue comme une démarche coûteuse d'une part à cause des nombreuses données expérimentales à fournir (paramètres des lois d'évolution) et d'autre part par le caractère non-linéaire des calculs à mener. Toutefois, il s'agit des méthodes les plus fidèles du point de vue du comportement mécanique.

II.2.2 Les modèles progressifs

Contrairement aux modèles d'endommagement de type continu, les modèles d'endommagement de type progressif (cf. [II²⁰–II²⁹]) sont basés sur l'affectation de valeurs arbitraires ou estimées aux variables d'endommagement. Cela nécessite l'utilisation d'un critère de rupture adapté (Hashin, contraintes max) permettant d'identifier le mode de rupture privilégié. Cette approche de l'endommagement est plus traditionnellement appelée « Analyse Progressive de la Rupture » (APR) ou encore « Progressive Failure Analysis » (PFA).

De manière générale, il existe deux sous-types d'endommagement progressif :

- l'endommagement progressif brusque : approche conservative et hypothèse simplificatrice (seuls deux états sont considérés pour chaque mode de rupture : sain $d_i = 0$, totalement endommagé $d_i = 1$). Cette méthode sous-estime la résistance mécanique du pli endommagé qui est en général non nulle. En effet, le pli reprend tout de même une partie du chargement car se rechargeant par cisaillement avec les plis voisins ;
- l'endommagement progressif graduel : considérant le fait que l'initiation et la propagation des dommages ont lieu de manière graduelle, on suppose que les propriétés équivalentes du pli endommagé peuvent être également diminuées graduellement. Les plis peuvent donc être partiellement endommagés selon deux sous-schémas :

- l'approche par échelles ou par niveaux, où l'on définit différentes valeurs possibles pour les variables d'endommagement. Dans ce schéma, généralement, on dégrade successivement le matériau en considérant toutes les valeurs possibles des variables (de la moins pénalisante à la plus pénalisante mécaniquement) ;
- l'approche dite de Reddy [II²⁵], où l'on dégrade suffisamment le matériau pour de nouveau satisfaire le critère. Ce schéma est donc beaucoup plus lourd numériquement que le schéma par niveaux, de part la présence d'une boucle de dégradation des variables d_i . Toutefois, du point de vue des résultats, ce modèle se rapproche des modèles de type continu.

En employant ce type de modèle, le comportement à l'endommagement du stratifié est linéaire par étapes et non non-linéaire, ce qui permet de simplifier les analyses numériques et donc potentiellement de gagner en temps de calcul. En revanche le fait de changer brutalement les propriétés des plis endommagés se traduit par des discontinuités comme montrées en figure II.3. Cela impose donc d'utiliser des pas de chargement suffisamment petits pour minimiser la violation des équations d'équilibre, et de réactualiser les efforts

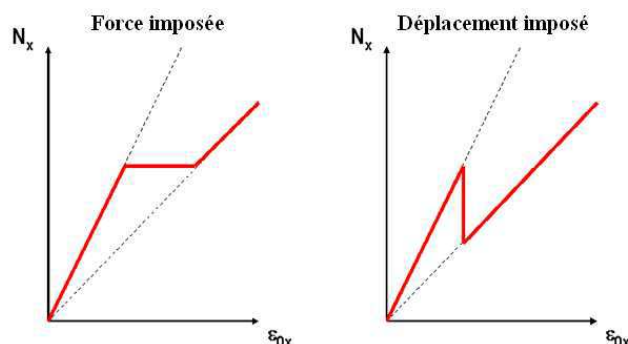


Figure II.3 – Impact des endommagements sur les courbes force-déplacement, dans le cadre d'une APR.

dans toute la structure. De même, on vérifiera qu'à chaque incrément les hypothèses de petits déplacements et déformations soient respectées (calcul linéaire). Enfin, ces modèles sont plus économiques du point de vue des essais expérimentaux de caractérisation : seules les données courantes des critères de rupture sont à renseigner (X^+ , X^- , Y^+ , Y^- et S)².

Résumé

Les avantages et inconvénients principaux de ces modèles sont présentés en tableau II.1. Dans le cadre de ce travail, nous avons retenu un modèle du type APR.

II.2.3 L'Analyse Progressive de la Rupture (APR)

Un réservoir de type IV est une structure composite bien particulière de part la géométrie, les types de sollicitations mécaniques mais surtout de part le procédé de fabrication (enroulement filamentaire). En effet, celui-ci impose un entre-croisement des torons de fibres pour tous les plis des couches hélicoïdales, ce qui de ce fait limite considérablement les délaminages intra-plis et inter-plis. Cela réduit également les fissurations transverses hors-plan de part la très forte alternance des angles d'enroulement des torons de fibres introduisant ainsi une bonne uniformité dans l'épaisseur de la structuration. On n'a donc pas de plis avec de grandes épaisseurs de torons de fibres orientés dans la même direction qui provoqueraient des amorces de fissurations transverses [II³²]. De même, le fait que la structure soit fermée et sous pression impose un bon compactage des plis, réduisant davantage le délaminage. De plus, les sollicitations mécaniques dans les conditions

2. X^+ , X^- , Y^+ , Y^- et S sont les valeurs à rupture en traction/compression dans les directions longitudinales, transverses ou en cisaillement.

II.2 Modèles d'endommagement

Modèle d'endommagement	Avantages	Inconvénients	Références
Continu Variables d'endommagement évolutives	Précision +++ Historique d'endommagement Cinétique locale d'endommagement clairement identifiée	Complexité +++ Coûts d'identification Essais expérimentaux	[II ⁹ , II ¹³ , II ¹⁴ , II ¹⁶ , II ¹⁹]
Progressif brusque Variables d'endommagement arbitraires	Simple Peu d'essais expérimentaux Coûts d'identification Intégration EF facile Comportement global à la rupture identifié	Précision Cinétique locale d'endommagement mal identifiée	[II ²⁶ , II ²⁸ , II ³⁰]
Progressif graduel à niveaux Variables d'endommagement arbitraires	Simple Peu d'essais expérimentaux Coûts Intégration EF facile	Précision +	[II ² , II ²¹ , II ²⁹ , II ³¹]
Progressif graduel Reddy Variables d'endommagement auto-adaptées	Précision ++ Peu d'essais expérimentaux	Coûts numériques Complexité +	[II ²⁵]

Tableau II.1 – Comparatif des modèles d'endommagement

d'usage du réservoir sont généralement de type membrane (fibres essentiellement en traction) : il y a peu de sollicitations hors-plan directes (flexion, impact), ce qui vient limiter naturellement le délaminage. Enfin, la géométrie ne présente pas de singularité (trous, encoches...), génératrice de concentrations de contraintes et de sollicitations triaxiales.

Pour tous ces aspects, il nous paraît judicieux de ne pas prendre en compte dans le modèle d'endommagement le cisaillement transverse hors-plan qui, de plus, reste difficile à modéliser et simuler par éléments finis, du fait de l'entre-croisement des fibres et des évolutions des angles et épaisseurs d'enroulement dans les dômes. Enfin, la phase d'optimisation cherchera à diminuer la masse de composite nécessaire à iso-performance, c.-à-d. à améliorer les reprises d'efforts et donc à solliciter les fibres dans leur sens de prédilection.

Compte tenu de ces éléments, nous avons retenu dans cette étude, un modèle du type endommagement brusque, qui est largement utilisé dans la bibliographie lorsque :

- les plis possèdent un comportement fragile au moins dans la direction des fibres ;
- la rigidité longitudinale est bien supérieure aux rigidités transverses et de cisaillement ;
- les plis du stratifié sont principalement sollicités dans la direction des fibres ;

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

- la variable d'endommagement d_1 est supposée la plus proche possible de 1 lorsqu'une rupture fibre intervient.

Ainsi comparé à un modèle de type continu, nous avons un modèle qui est certes moins précis du point de vue de la cinétique d'endommagement mais qui est suffisant pour déterminer le mode et la charge à la rupture pour le cas spécifique du réservoir (c'est ce qui nous intéresse pour l'optimisation), tout en étant à la fois plus simple et facilement implémentable dans un code EF sans connaissance informatique particulière.

De plus, ce type de modèle offre trois points intéressants :

- il a la possibilité d'être conservatif³, ce qui peut être utile du point de vue de la sécurité ;
- il minimise le nombre minimal d'essais expérimentaux nécessaires pour le renseigner, ce qui est intéressant du point de vue économique et industriel ;
- il s'implémente facilement dans un code de calcul industriel.

Partant de ce choix, le modèle d'endommagement, qui sera utilisé, sera donc de type mésoscopique, considérant les ruptures à l'échelle des plis.

Le choix d'un critère de rupture adapté est aussi un aspect essentiel puisque c'est celui-ci qui va piloter la cinétique d'endommagement du matériau composite. Il est donc nécessaire d'identifier au mieux les modes de rupture. Pour ce faire, nous utiliserons le critère de Hashin-Rotem [II³³] (critère de rupture du pli sous les hypothèses de contraintes planes et écrit en contraintes) puisque celui-ci propose une séparation et identification claire des modes de rupture et cela de manière indépendante⁴. De plus, ce critère possède de nombreuses possibilités d'amélioration (renforcement des couplages cisaillement/compression transverse, prise en compte des effets des ruptures fibres sur le comportement transverse, évolution de la résistance en traction longitudinale en fonction de l'état de dégradation interfibre) telles que proposées par l'ONERA [II²¹] (cf. annexe C, page 185), lui permettant alors d'être très satisfaisant vis-à-vis des essais expérimentaux. Enfin, l'utilisation de ce critère ne nécessite que l'identification de 5 coefficients (X^+ , X^- , Y^+ , Y^- et S) et d'éventuellement de 3 paramètres supplémentaires pour sa formulation améliorée proposée par l'ONERA. Dans cette étude, nous nous limiterons dans un premier temps à l'utilisation

3. à condition de prendre des variables d'endommagement élevées.

4. les formulations du critère pour les modes fibre et interfibre sont indépendantes, c.-à-d. qu'une dégradation des propriétés matériaux dans le cadre d'une rupture inter-fibre, par l'APR, n'impacte pas le comportement du critère en mode fibre et vice-versa.

II.2 Modèles d'endommagement

du critère de Hashin-Rottem sous sa forme initiale, formulée de la manière suivante :

– mode fibre :

$$Cr_f^+ = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^+} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{11} \geq 0 \quad (\text{II-7a})$$

$$Cr_f^- = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^-} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{11} < 0 \quad (\text{II-7b})$$

– mode interfibre :

$$Cr_{if}^+ = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y^+} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{22} \geq 0 \quad (\text{II-7c})$$

$$Cr_{if}^- = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y^-} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{22} < 0 \quad (\text{II-7d})$$

La formulation de ce critère regroupe sous le même mode les ruptures matricielles et d'interfaces (mode interfibre), nous ferons donc l'hypothèse par la suite que $d_2 = d_{12}$. Ainsi en fonction de la satisfaction de tel ou tel critère au cours de la procédure de l'APR, plusieurs types de matériaux peuvent être définis :

– matériau sain :

$$E_1 = E_1^0, E_2 = E_2^0, G_{12} = G_{12}^0, \nu_{12} = \nu_{12}^0$$

– matériau endommagé en mode interfibre :

$$E_1 = E_1^0, E_2 = E_2^0 \cdot (1 - d_2), G_{12} = G_{12}^0 \cdot (1 - d_{12}), \nu_{12} = 0$$

– matériau endommagé en mode fibre :

$$E_1 = E_1^0 \cdot (1 - d_1), E_2 = E_2^0, G_{12} = G_{12}^0, \nu_{12} = 0$$

– matériau endommagé en mode fibre et interfibre :

$$E_1 = E_1^0 \cdot (1 - d_1), E_2 = E_2^0 \cdot (1 - d_2), G_{12} = G_{12}^0 \cdot (1 - d_{12}), \nu_{12} = 0$$

où E_1^0 , E_2^0 , G_{12}^0 , et ν_{12}^0 sont les propriétés intrinsèques initiales du matériau. En cas d'endommagement, le coefficient de Poisson est fixé à zero pour assurer la compatibilité au niveau de la propriété de symétrie de la matrice de souplesse. Aucun critère de rupture par délaminage n'est introduit dans le modèle pour les raisons évoquées plus tôt.

Lorsqu'une structure en matériaux composites est endommagée, l'aspect évolutif de

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

l'endommagement mène à des modifications du comportement mécanique des matériaux, c'est pourquoi le comportement devient non-linéaire. Au cours du chargement, en chaque point de la structure, l'état de contraintes peut être différent menant à un état d'endommagement non homogène dans l'ensemble de la structure. Or d'un point de vue d'une modélisation Éléments Finis, cette structure est décrite par un ensemble d'éléments finis auxquels il est possible d'affecter des propriétés matériaux différentes. Tout le principe de l'Analyse Progressive de la Rupture réside donc dans la possibilité de venir dégrader artificiellement les propriétés mécaniques des plis des éléments ayant rompus. L'endommagement est donc local (seuls les plis des éléments ayant rompus sont dégradés) reflétant ainsi le caractère non homogène de l'endommagement. Bien entendu, il s'agit d'une approche itérative de la prévision de l'endommagement, où à chaque incrément de chargement il convient de vérifier si la dégradation des plis ayant atteint le critère de rupture n'engendre pas d'autres ruptures de plis à cause de la redistribution des contraintes dans toute la structure (recherche de l'équilibre thermodynamique). Des incréments de convergence sont donc mis en place à chaque nouvelle rupture détectée afin de rechercher le nouvel équilibre.

On peut résumer le principe de fonctionnement d'une APR par les étapes suivantes :

- (i) trouver les éléments pour lesquels des ruptures de plis sont apparues et identifier les modes de rupture associés ;
- (ii) dégrader les propriétés en rigidité des plis de ces éléments et mettre à jour le modèle EF ;
- (iii) résoudre le problème EF ;
- (iv) répéter les étapes (i), (ii) et (iii) jusqu'à ce que plus aucune rupture ne soit observée ;
- (v) aller à l'incrément de chargement suivant et répéter toutes les étapes.

L'algorithme II.4 et la figure II.5 illustrent la méthodologie employée c.-à-d. le principe de fonctionnement du modèle d'endommagement composite utilisé dans cette étude.

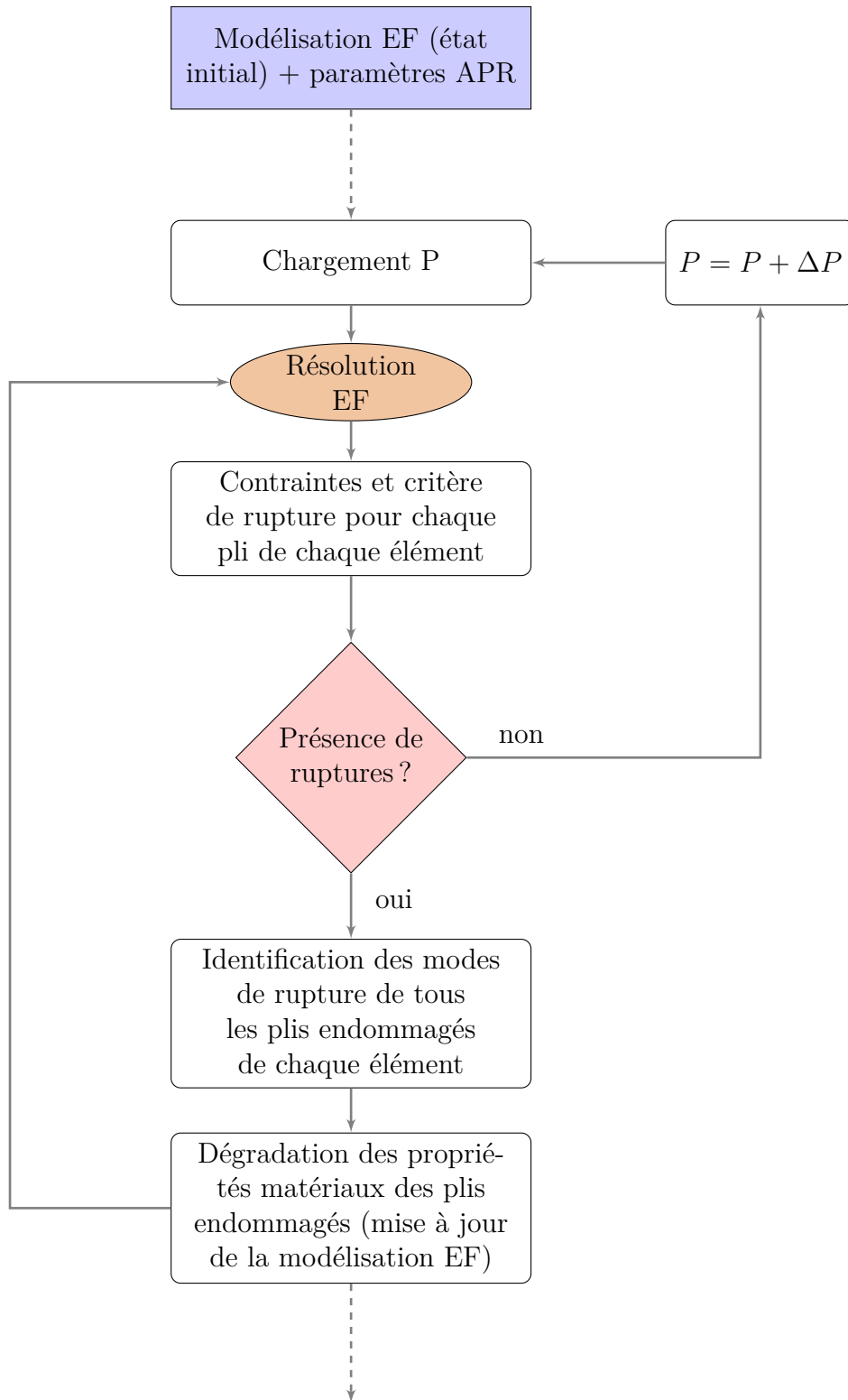


Figure II.4 – Algorithme de principe d'une APR, P représente la pression de chargement.

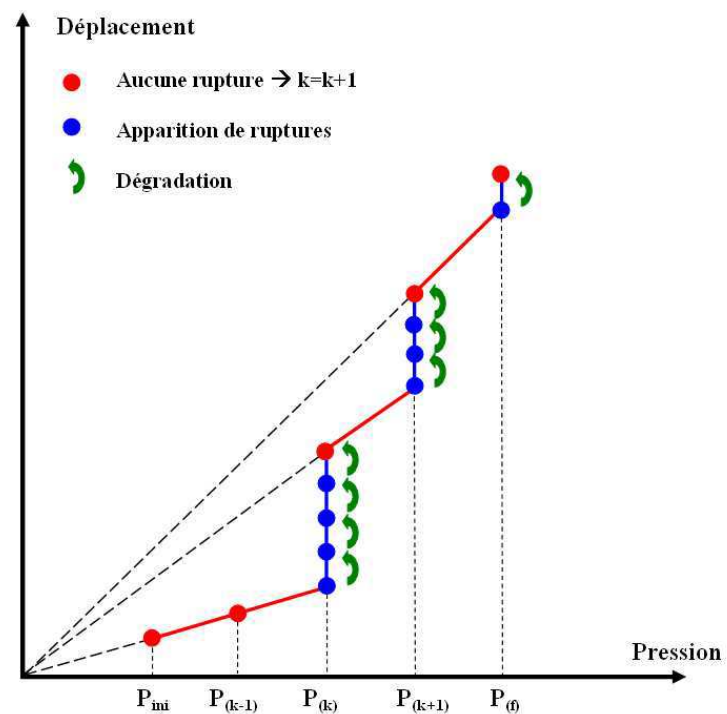


Figure II.5 – Représentation schématique du principe d'une APR.

II.3 Modélisation par Éléments Finis du réservoir

Cette section présente la modélisation Éléments Finis du réservoir utilisée dans le cadre de cette étude pour simuler principalement le comportement mécanique de celui-ci. Cette modélisation a été pensée de manière à rendre la tâche d'optimisation la plus aisée possible sous les hypothèses de calcul présentées dans les paragraphes suivants. Nous présenterons à ce titre d'autres modélisations du réservoir qui permettront de valider les solutions optimales trouvées.

Dans cette étude, toutes les modélisations ont été réalisées avec le code commercial ANSYS.

II.3.1 Modèle mixte

Partant de la nécessité (pour l'optimisation) de pouvoir modifier aisément la structuration de l'enveloppe composite du réservoir, nous avons fait le choix d'une modélisation mixte c.-à-d. regroupant à la fois des éléments de type coque (éléments shell281) et des éléments de type solide (éléments solid186), éléments issus de la bibliothèque d'ANSYS. Les éléments de type coque modélisant le comportement mécanique de l'enveloppe composite et les éléments de type solide modélisant celui des embases et du liner, assurant ainsi une bonne transmission des efforts à l'enveloppe composite. Ce choix permettra de s'affranchir des temps inhérents aux constructions des maillages (temps qui seraient nécessaires dans le cadre d'une modélisation solide, à chaque nouvelle configuration que l'on souhaiterait testée) puisque la structuration composite est définie par le biais des sections des éléments de type coque. Il suffira donc pour tester chaque nouvelle structuration composite, de modifier la section des éléments.

II.3.1.1 Modélisation tranche

La modélisation EF du réservoir, retenue pour cette étude, que nous appellerons par la suite *modélisation tranche* et dont la visualisation dynamique est présentée en figure II.7, est de type périodique cyclique :

- périodique, c.-à-d. comprenant une alternance des plis hélicoïdaux : le pli $+\alpha$ est suivi d'un pli $-\alpha$ (voir figure II.6) ; hypothèse non fidèle à la réalité à cause des entre-croisements des bandes d'enroulement, mais (i) que nous semble acceptable du fait des faibles épaisseurs expérimentales des plis et (ii) qui permettra de faciliter l'intégration du modèle d'endommagement développé ;

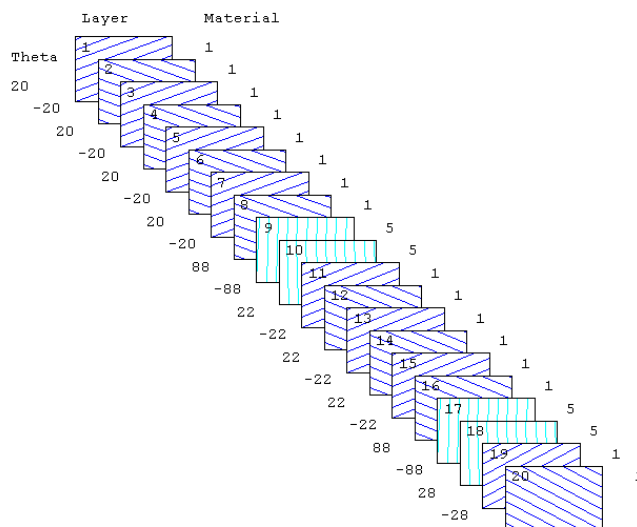


Figure II.6 – Vue d'une section EF correspondant au début de la structuration composite dans la virole du réservoir, en bleu les plis hélicoïdaux et en vert les plis circonférentiels.

- cyclique, c.-à-d. dont le comportement mécanique est supposé identique quelque soit θ si l'on considère le repère cylindrique du réservoir (cf. figure 1, page 4). Le comportement mécanique du réservoir complet peut donc être étudié en ne considérant qu'une portion ou tranche du réservoir.

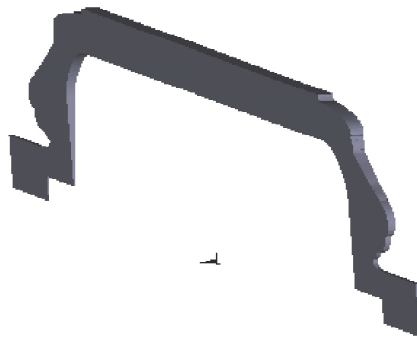
Cette modélisation est donc analogue à une modélisation de type axi-symétrique, présentant ainsi les avantages d'alléger considérablement la modélisation EF et donc de privilégier les temps d'exécution pour l'optimisation.

Toutefois, elle présente l'inconvénient majeur de considérer l'endommagement du réservoir comme étant « axi-symétrique ». Ceci implique donc que lorsqu'une rupture locale intervient, celle-ci se diffuse de manière généralisée et simultanée sur toute la révolution du réservoir, ce qui n'est bien sûr pas réaliste du fait de l'existence d'une distribution des propriétés mécaniques au sein du matériau (propriétés à rupture dans le sens fibre variant le long de la fibre...). C'est pourquoi une comparaison des résultats de cette modélisation avec une modélisation complète⁵ du réservoir est proposée dans la section II.3.1.2 (page 87) pour étudier la pertinence de notre hypothèse cyclique.

La modélisation tranche du réservoir est présentée figure II.8. Elle permet de constater les possibilités de modification de la structuration composite sans toucher au maillage EF.

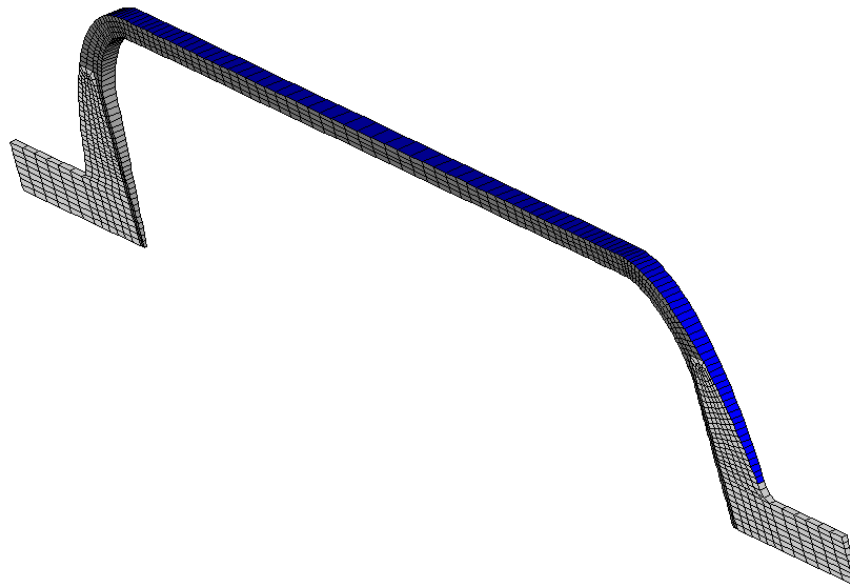
5. La modélisation complète est une modélisation représentant le réservoir dans sa globalité et non sous forme de tranche.

II.3 Modélisation par Éléments Finis du réservoir

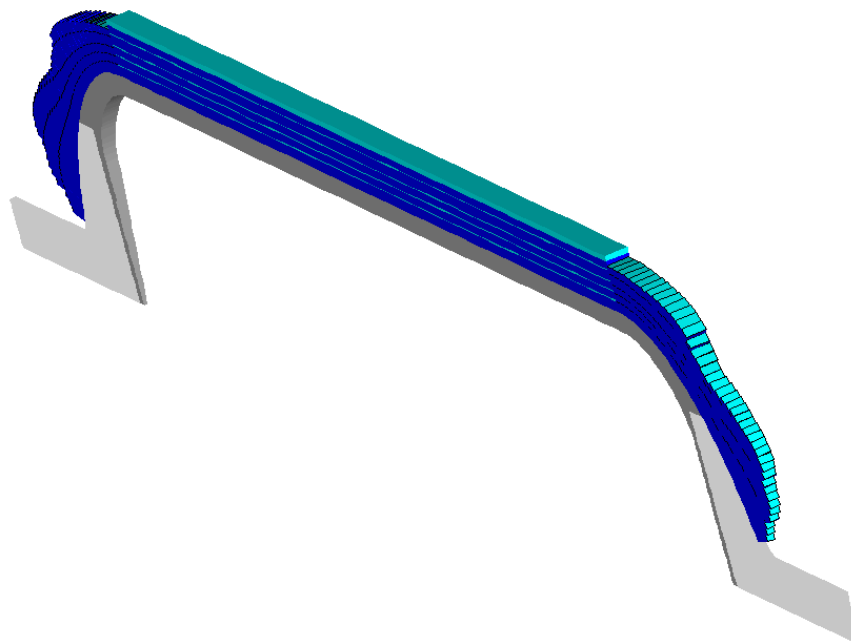


[Vue 1](#) [Vue 2](#) [Vue 3: nœuds](#) [Vue 4: maillage](#)

Figure II.7 – Vues dynamiques de la modélisation, activez les formulaires et cliquez sur l'image si nécessaire pour charger la visualisation ; les zooms et translations sont disponibles.



(a) Sections composites non affectées aux éléments coques



(b) Sections composites affectées aux éléments coques

Figure II.8 – Vue de la modélisation tranche pour le modèle mixte, en bleu les éléments de type coque, en gris les éléments de type solide.

II.3 Modélisation par Éléments Finis du réservoir

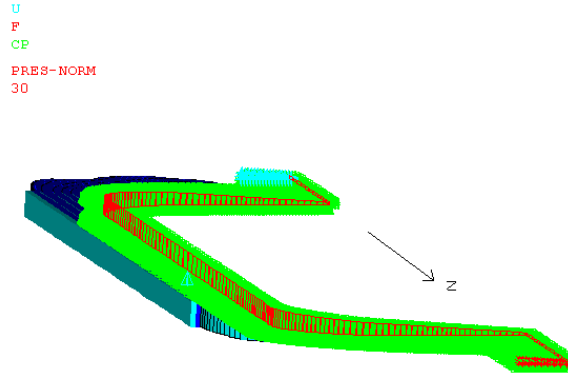


Figure II.9 – Vue des conditions aux limites et chargements appliqués au niveau de la modélisation : en rouge les chargements, en vert les couplages, et en bleu les déplacements imposés.

Les chargements appliqués sont la pression interne du réservoir, directement affectée aux éléments solides du liner, et des forces équivalentes, affectées à l'extrémité de la première embase, correspondant à l'effet de la pression intérieure exercée sur le bouchon du réservoir. Pour les conditions aux limites, tous les degrés de liberté des nœuds en vis-à-vis des plans (z, r) pour $\theta = 0^\circ$ et $\theta = angle_modélisation$ ⁶ sont couplés. Les nœuds correspondant au bouchon de la seconde embase ont un déplacement suivant z nul ($u_z = 0$). Enfin, deux nœuds sur le plan (r, θ) pour $z = 0$ sont bloqués en u_y pour finir de contraindre la modélisation. Les conditions aux limites et chargements sont représentés figure II.9.

II.3.1.2 Modélisation complète

Dans le but de valider les conditions aux limites de périodicité cyclique, une comparaison entre la modélisation tranche et la modélisation complète a été réalisée (la modélisation complète est présentée en figure II.10 et la visualisation dynamique du demi-réservoir est présentée en figure II.11). La comparaison (figure II.12) montre peu de différences en termes de pression de rupture et de déplacements. L'intérêt de la modélisation complète est donc limitée dans le cas d'une considération déterministe. En revanche, dans le cas d'une approche probabiliste (distribution des propriétés matériaux dans toute la structure) son intérêt est bien réel pour l'étude de l'influence des paramètres incertains sur les grandeurs qui nous intéressent : masse, mode et pression de rupture.

6. *angle_modélisation* correspond à l'angle θ de la tranche pour le réservoir modélisé.

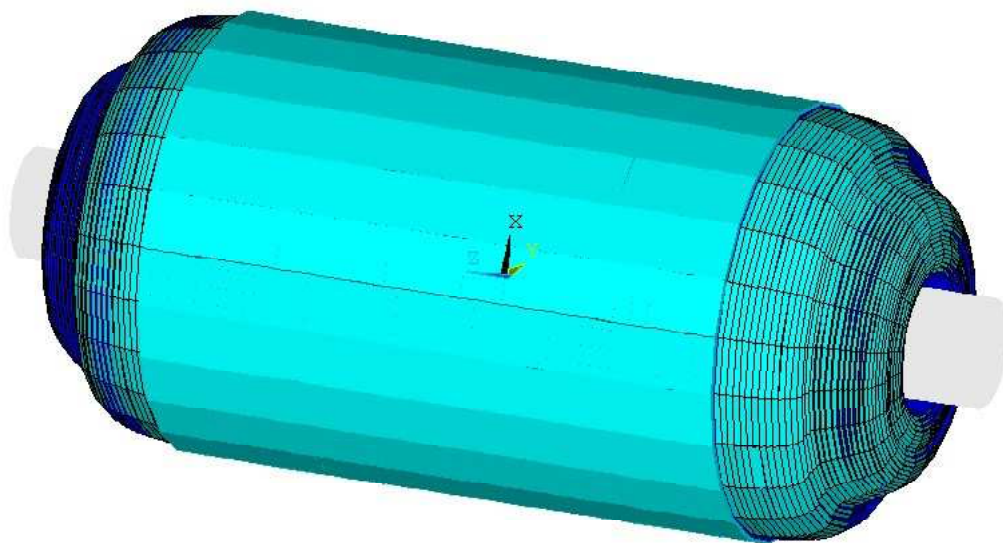
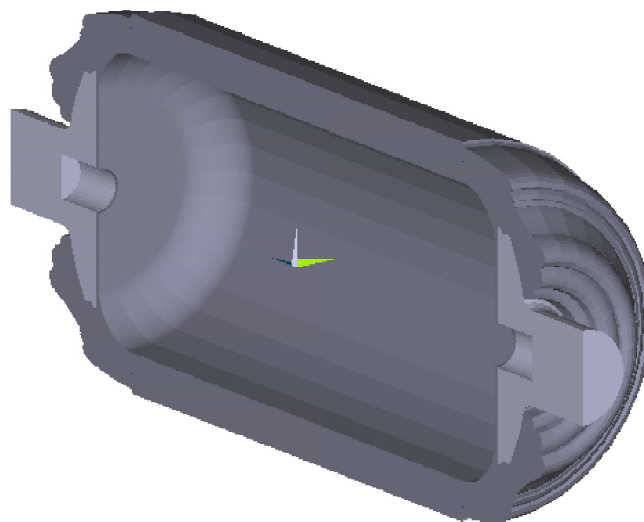


Figure II.10 – Modélisation complète du réservoir dans le cas du modèle mixte.

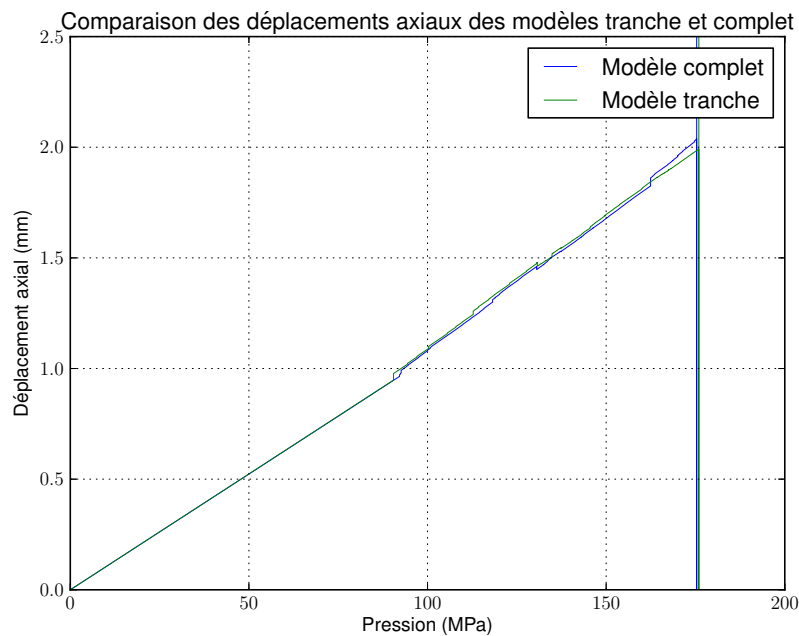
II.3.2 Modèle solide

La perte de continuité des contraintes transverses dans l'épaisseur au niveau de l'interface liner/composite (degrés de liberté en rotation non transmis à l'interface et contrainte transverse nulle à l'interface du fait de la théorie coque utilisée (Mindlin)), nous a poussée à faire évoluer notre modélisation tranche mixte vers une modélisation tranche solide. Cette modélisation plus pénalisante pour l'optimisation en termes de temps de calcul et de maillage, ne sera pas utilisée dans le processus d'optimisation mais permettra de confirmer a posteriori la validité des solutions optimales. Cette modélisation est présentée en figure II.13.

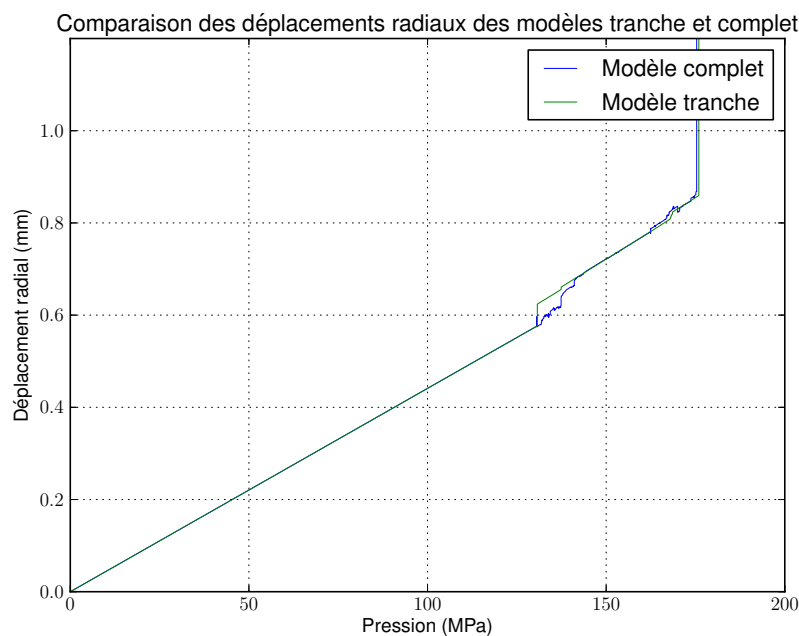


[Vue 1](#) [Vue 2](#) [Vue 3: nœuds](#) [Vue 4: maillage](#)

Figure II.11 – Vues dynamiques du demi-réservoir, activez les formulaires et cliquez sur l'image si nécessaire pour charger la visualisation ; les zooms et translations sont disponibles.



(a) Déplacements axiaux.



(b) Déplacements radiaux.

Figure II.12 – Comparaison de la modélisation complète et de la modélisation tranche. Les déplacements axiaux et radiaux sont pris respectivement à l'extrémité de l'embase et au milieu de la virole.

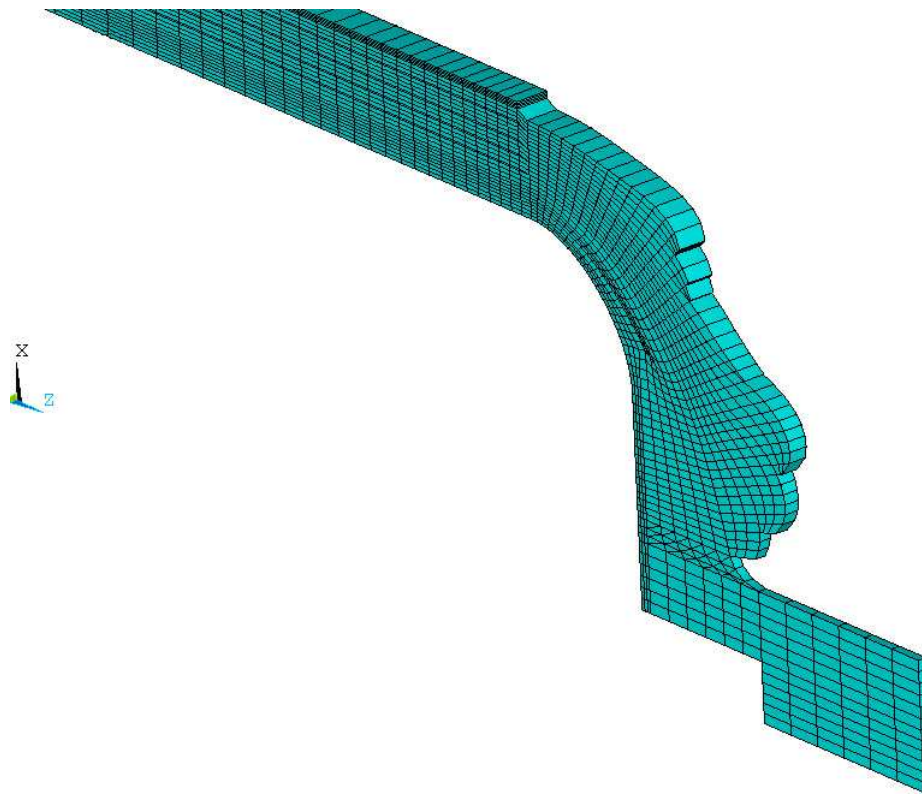


Figure II.13 – Modélisation tranche solide.

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir

Cette section détaille la procédure de calcul, basée sur le modèle d'endommagement présenté dans la section II.2.3 (page 76), permettant de simuler le comportement à l'endommagement du réservoir. Par ailleurs, les résultats issus de certaines de ces simulations y sont présentés pour évoquer l'impact de certains paramètres sur la valeur de la pression de rupture.

II.4.1 Intégration du modèle d'endommagement

L'intégration du modèle d'endommagement sous le logiciel EF ANSYS a constitué un travail important puisqu'aucun modèle d'endommagement composite, que se soit du type continu ou progressif, n'y est nativement implémenté. De plus, les impératifs en termes de rapidité d'exécution du modèle pour l'optimisation ont conduit à l'utilisation conjointe du logiciel ANSYS et d'un exécutable FORTRAN⁷. L'exécutable final est issu d'une évolution méthodique permettant un temps de calcul réduit au mieux comme cela est décrit dans le paragraphe suivant.

II.4.1.1 Préparation aux calculs

Comme annoncé dans la section II.2.3 (page 76), l'analyse progressive de la rupture est basée sur le remplacement local d'un matériau sain par un matériau endommagé : en l'occurrence la rigidité du pli de l'élément ayant atteint le critère de rupture. Dans cette optique, il convient donc de mettre à jour les sections des éléments contenant les plis nouvellement endommagés à chaque pas de chargement ou de convergence. Or cette étape de mise à jour nécessite la redéfinition complète des sections des éléments endommagés. De ce fait, l'accès aux données retournées par le modèle d'enroulement est nécessaire à chaque rupture ou endommagement. La rapidité d'exécution de ces accès constitue un point clé quant aux performances du modèle.

Les accès aux données, programmées en langage APDL⁸ et stockées en mémoire sous ANSYS sont lents et coûteux en termes d'utilisation mémoire, ce qui impact la performance du logiciel pour la résolution EF. Bien qu'il s'agisse de la méthode la plus simple pour intégrer le modèle d'endommagement à ANSYS, celle-ci n'est pas assez performante

7. FORTRAN : FORMula TRANslator, il s'agit d'un langage de programmation compilé permettant la réalisation d'exécutables.

8. APDL : ANSYS Parametric Design Language, il s'agit d'un langage interprété permettant la réalisation de MACROS.

pour les objectifs fixés. Une autre approche a donc été adoptée dans un second temps. Celle-ci a pour objectif de retirer de la programmation APDL toutes les instructions boucles, tests et de traitements non directement nécessaires et qui, pour l'application visée, dégradent les performances d'exécution de la simulation. Pour ce faire, nous avons choisi de stocker toutes les données de structuration et d'endommagement dans des fichiers externes à ANSYS et de coder toutes les instructions boucles, tests et de traitement directement en langage FORTRAN.

Codage des données :

Les données de structuration (angles d'enroulement, épaisseurs) utilisées dans le modèle EF sont issues de la procédure de mise en forme des données (cf. section I.3.3.3, page 51) du modèle d'enroulement présenté dans le chapitre précédent. Ces données sont affectées aux différents plis des éléments via la définition des sections des éléments. Pour pouvoir appliquer l'APR, les plis de chaque élément fini doivent pouvoir être identifiés de manière unique. Nous avons choisi de les coder par l'intermédiaire du polynôme de Cantor à l'ordre deux, qui est une bijection de \mathbb{N}^2 dans \mathbb{N} . Ainsi en posant i_p le numéro ou indice du pli et i_{ec} le numéro de l'élément de type coque, à chaque couple (i_p, i_{ec}) correspond un entier unique i_{cantor} tel que :

$$i_{cantor} = \frac{(i_p + i_{ec})^2 + 3 \times i_p + i_{ec}}{2} \quad (\text{II-8})$$

On note N_p le nombre total de plis pour la structuration testée et N_{ec} le nombre total d'éléments de type coque définis par le modèle EF. On a respectivement $1 \leq i_p \leq N_p$ et $1 \leq i_{ec} \leq N_{ec}$ ⁹.

Stockage des données :

L'utilisation d'un numéro unique pour définir le pli de l'élément souhaité est particulièrement utile si elle est combinée à un stockage des données via des fichiers à accès direct. À l'inverse des fichiers à accès séquentiel, les fichiers à accès direct permettent d'aller lire ou écrire une information à un emplacement précis du fichier sans avoir à lire tout le fichier pour accéder à cette information ou donnée. Dans le cas des fichiers à accès direct, chaque emplacement (ou « record » pour le terme anglo-saxon) possède un numéro qui lui est propre. On voit ici tout l'intérêt de l'utilisation de tel fichier : il est possible de lire ou de

9. La modélisation EF a été construite de manière à ce que les numéros des éléments soient croissants, en partant de 1 jusqu'à N_{ec} .

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

mettre à jour uniquement les données qui nous intéressent, ce qui limite considérablement les temps d'accès dans le cas d'une APR. Au niveau de l'utilisation de ces fichiers, chaque type de données sera placé dans un fichier différent, le fichier :

- « tab_A_memory » contiendra les données relatives aux **A**ngles d'enroulement ;
- « tab_E_memory » contiendra les données relatives aux **É**paisseurs ;
- « tab_T_memory » contiendra les **T**ypes des plis (circonférentiel, hélicoïdal) ;
- « tab_D_memory » contiendra les données relatives aux matériaux (sain, enDom-magé) ;
- « tab_df_memory » contiendra les données relatives au critère **f**ibre ;
- « tab_dm_memory » contiendra les données relatives au critère **m**atrice.

À noter que les fichiers « tab_A_memory, tab_E_memory et tab_T_memory » codent la structuration de l'élément, alors que les fichiers « tab_D_memory, tab_df_memory et tab_dm_memory » codent l'état d'endommagement de l'élément. Tous ces fichiers sont créés et initialisés par la routine d'enroulement, elle-même programmée en langage FORTRAN. De plus, pour gagner encore au niveau des temps d'exécution, ces fichiers sont de type binaire non-formaté, c.-à-d. écrits ou lus directement en langage machine.

Ce travail d'écriture des données de structuration et d'initialisation des matériaux et paramètres d'endommagement constitue l'étape préalable à tout calcul via l'APR.

II.4.1.2 Procédure générale

Nous détaillons dans cette partie la procédure employée pour mener à bien une APR efficace en termes de temps d'exécution en utilisant le logiciel EF ANSYS.

Pour les raisons évoquées précédemment (nombreuses instructions boucles et tests, accès aux données...), l'algorithme de l'APR est programmé en langage FORTRAN, ce qui permet des temps d'exécution extrêmement faibles. Toutefois se pose alors le problème de la communication entre le logiciel EF et le code FORTRAN externe, qui a besoin d'accéder aux résultats (contraintes essentiellement) calculés par ANSYS, pour mener à bien l'APR. Pour lever ce problème, la démarche adoptée a été d'intégrer certaines bibliothèques ANSYS dans le code FORTRAN pour lire directement les valeurs des contraintes dans le fichier binaire des résultats d'ANSYS (« .rst ») à chaque résolution EF. La documentation nécessaire pour effectuer cette étape est présente dans [II³⁴]. Par cette approche ANSYS est relayé à un simple outil permettant de résoudre le problème EF sous contrôle

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir

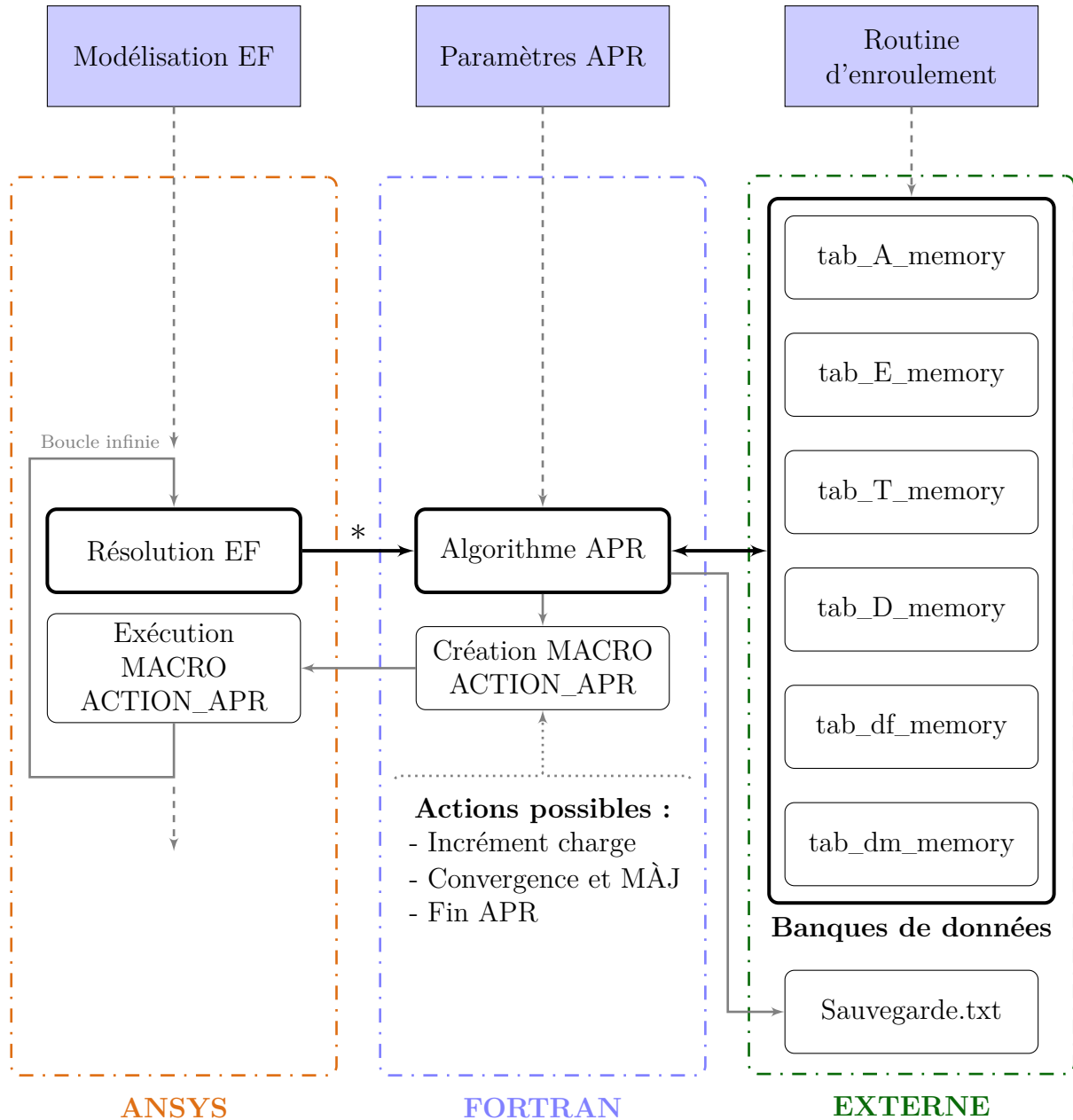


Figure II.14 – Algorithme du couplage entre le logiciel ANSYS et l'algorithme de l'APR codé en FORTRAN.

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV

de l'algorithme FORTRAN de l'APR (algorithme II.4, page 81), qui pilote le basculement entre les phases de convergence et d'incrément du chargement. Les commandes employées sous ANSYS sont ainsi réduites au strict minimum, assurant une exécution efficace d'une APR.

L'algorithme II.14 permet de résumer le principe de fonctionnement de la démarche adoptée.

II.4.2 Simulations

II.4.2.1 Mode d'éclatement

Au cours de la montée en pression du réservoir l'éclatement du réservoir peut survenir en virole ou dans les dômes. Dans ce dernier cas, les embases peuvent être éjectées représentant une menace balistique importante, on parlera alors d'un mode d'éclatement non-sain. Au contraire, un éclatement intervenant dans la virole se caractérisera par une ouverture selon l'axe du réservoir présentant moins de risques balistiques. Ce mode de rupture est donc à privilégier au niveau de la sécurité, on parlera d'un mode d'éclatement sain.

Au niveau de l'optimisation, le mode d'éclatement représentera une contrainte : les solutions optimales devront satisfaire un mode d'éclatement sain. Ce point sera abordé dans le chapitre suivant. La pression d'éclatement est déterminée par la recherche de l'incrément de charge précédent la divergence des déplacements radiaux et axiaux.

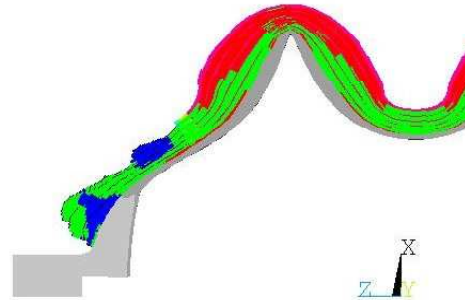
Les figures II.15 et II.17 présentent des photos illustrant les deux modes d'endommagement. Les animations II.16 et II.18 présentent l'évolution de l'endommagement simulé selon notre modèle au cours de la montée en pression du réservoir. Les structurations composites étant différentes, elles conduisent à des modes de rupture différents.

II.4.2.2 Comparaison entre modèle mixte et modèle solide

La figure II.19 présente une comparaison des déplacements axiaux et radiaux des deux modélisations tranches développées. Le déplacement radial est pris au centre de la virole, tandis que le déplacement axial est calculé à partir des déplacements des deux extrémités des embases. Nous pouvons constater que pour les deux modèles EF les déplacements axiaux sont assez éloignés de l'expérience. L'introduction d'un taux volumique de fibres différents, justifié par l'entre-croisement des fibres et par une évolution (constatée expérimentalement) de la densité apparente du composite entre la virole et les dômes, et donc



(a) Expérience.



(b) Simulation.

Figure II.15 – Exemple d'éclatement en mode sain.

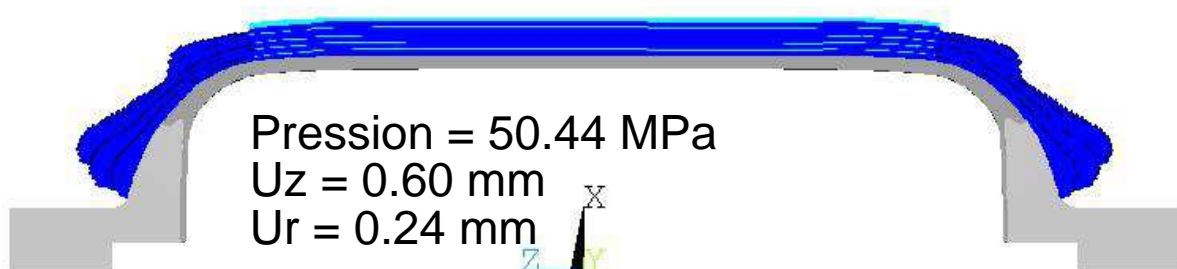


Figure II.16 – Rupture du réservoir en mode sain : éclatement dans la virole. Les déplacements axial U_z et radial U_r sont pris respectivement à l'extrémité de l'embase de droite et au centre de la virole. Les endommagements sont représentés par différentes couleurs : le vert code pour l'endommagement matriciel et le rouge pour l'endommagement des fibres.

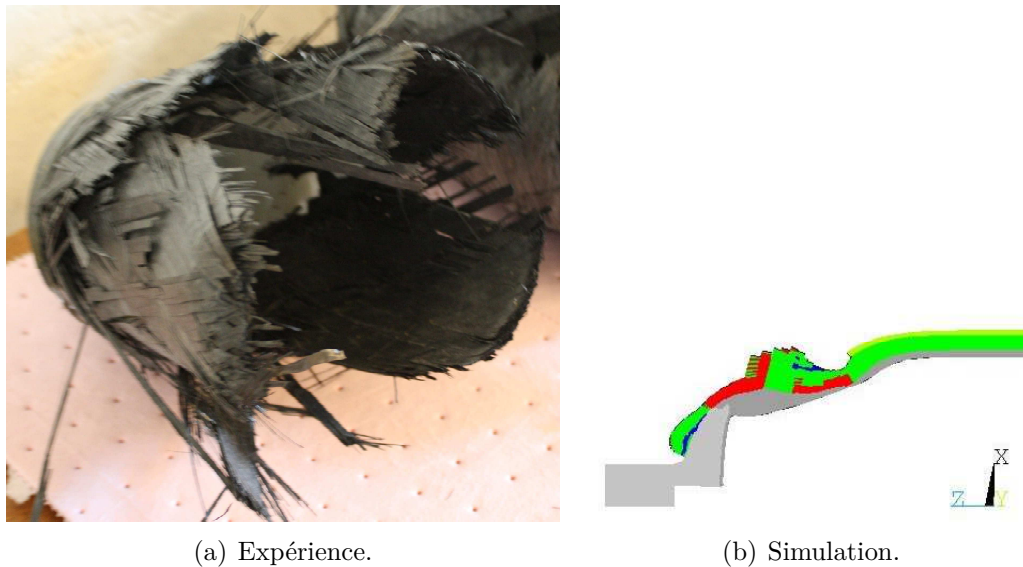


Figure II.17 – Exemple d'éclatement en mode non-sain.

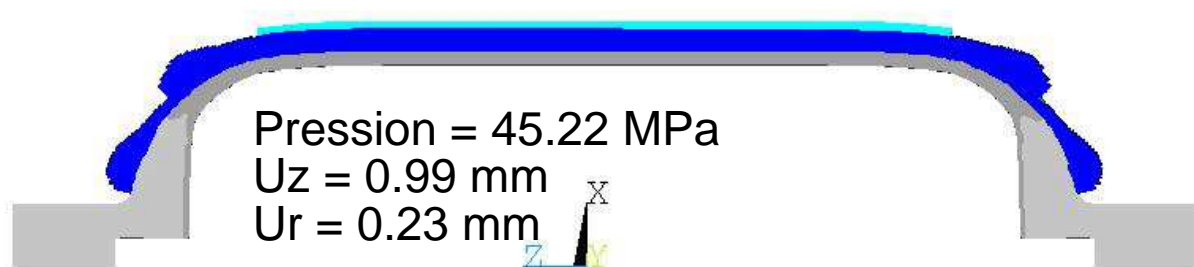


Figure II.18 – Animation de la rupture d'un réservoir en mode non-sain : éclatement dans les dômes. Les déplacements axial U_z et radial U_r sont pris respectivement à l'extrémité de l'embase de droite et au centre de la virole. Les endommagements sont représentés par différentes couleurs : le vert code pour l'endommagement matriciel et le rouge pour l'endommagement des fibres.

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir

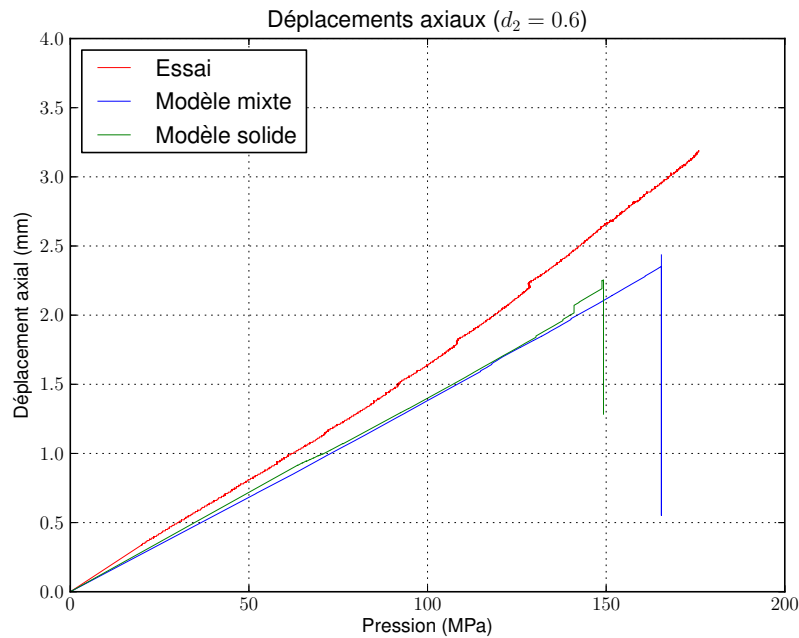
de rigidités différentes entre les plis hélicoïdaux et les plis circonférentiels permet de corriger les déplacements axiaux (figure II.20). Par ailleurs, on remarquera que l'utilisation des propriétés matériaux à rupture identifiées sur des éprouvettes bobinées ne permettent pas à l'échelle du réservoir de simuler correctement la pression d'éclatement. Le modèle solide est sur ce point désavantagé par rapport au modèle mixte. Toutefois, la confiance à accorder au modèle mixte est plus faible du fait de la perte de continuité des contraintes entre le liner et le composite et de part la nature et formulation des éléments employés. Ce problème d'aptitude à prédire correctement la pression de rupture du réservoir a été constaté sur l'ensemble des modèles EF et des modèles d'endommagement des partenaires du projet OSIRHYS IV dès lors que les propriétés identifiées à partir des essais expérimentaux sur éprouvettes étaient utilisées. Il a pour origine la non-représentativité des essais sur éprouvettes, par rapport au réservoir, malgré la structuration bobinée des éprouvettes. Celle-ci peut être due à la présence de phénomènes de bord dans le cas des éprouvettes, non présents dans le cas du réservoir de part la nature fermée et sous pression de la structure du réservoir. Ces phénomènes de bord sont à l'origine de mécanismes d'endommagement apparaissant plus tôt, lors de la montée en charge, dans le cas des éprouvettes que dans le cas des réservoirs et ils peuvent conduire à des propriétés à rupture expérimentales identifiées plus faibles. Par ailleurs, la remise à plat des éprouvettes bobinées peut également être à l'origine des propriétés à rupture plus faibles constatées. En effet, certaines fibres peuvent se retrouver pré-contraintes à l'issue de la remise à plat, pénalisant de ce fait les charges à rupture lors des essais.

Ainsi, pour correctement prédire la pression de rupture, une identification des propriétés à rupture (X^+ notamment) devrait être réalisée à partir d'essais expérimentaux sur réservoir. La figure II.20 présente les résultats issus de la nouvelle identification pour le modèle mixte. Idéalement cette identification devrait être réalisée sur au moins deux structurations différentes conduisant à des modes d'éclatement différents pour identifier d'éventuelles disparités des propriétés à rupture entre les plis hélicoïdaux présentant des entre-croisements des fibres et les plis circonférentiels.

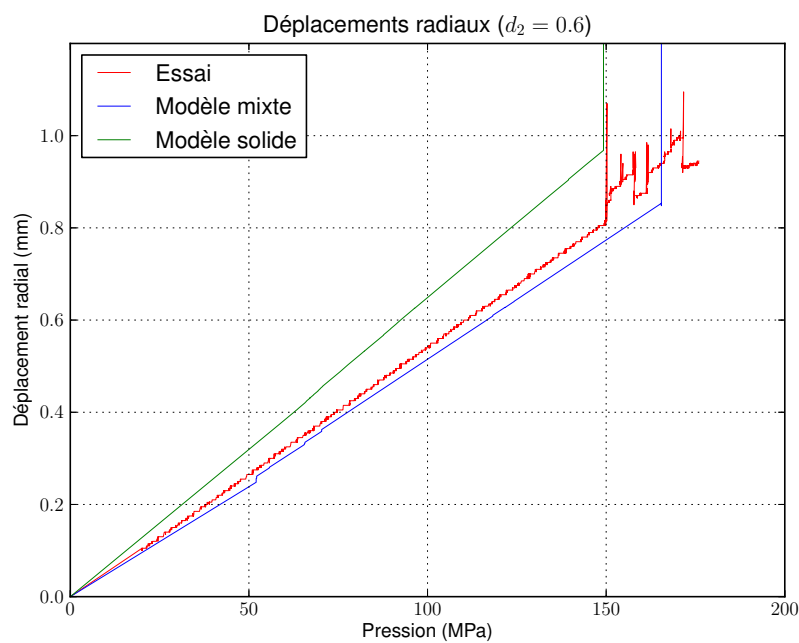
II.4.2.3 Influence du maillage

L'influence du raffinement du maillage sur les résultats (déplacements et pression de rupture) a été prospectée. Suivant les cas, trois ou quatre maillages ont été testés :

- maillage de référence, noté « Ref » ;
- maillage grossier, correspondant à un nombre d'éléments deux fois plus faible que



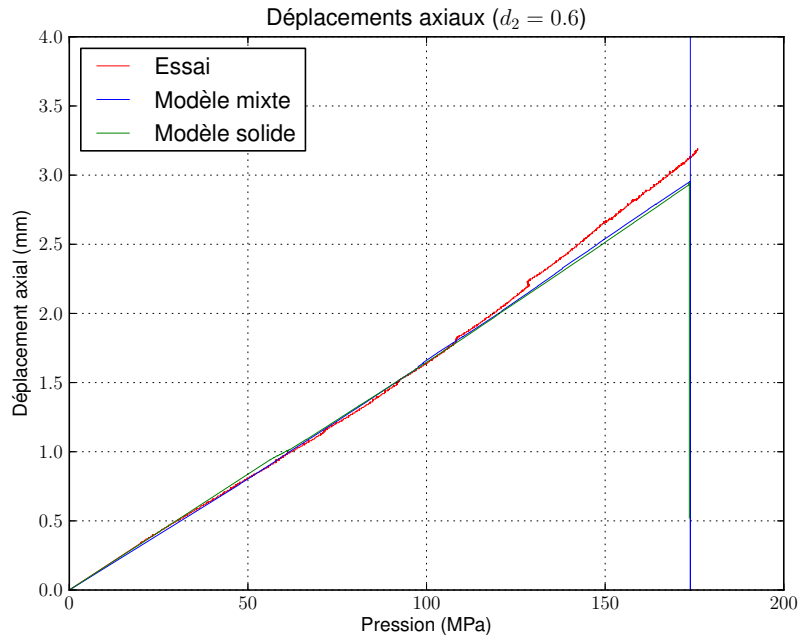
(a) Déplacements axiaux.



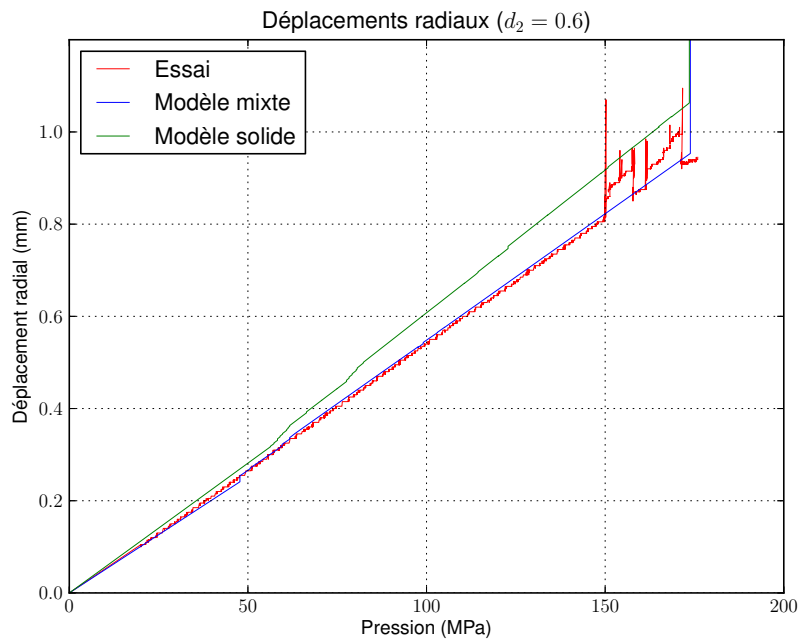
(b) Déplacements radiaux.

Figure II.19 – Comparaison de la modélisation mixte et de la modélisation solide dans le cas du modèle tranche.

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir



(a) Déplacements axiaux.



(b) Déplacements radiaux.

Figure II.20 – Nouvelle identification du modèle mixte tranche : un taux volumique différent est considéré pour les deux types de plis (les plis hélicoïdaux ont un taux volumique de 52% contre 60% pour les plis circonférentiels), les propriétés à rupture ont été identifiées à partir des essais expérimentaux sur le réservoir de référence.

pour le maillage de référence, noté « Gros » ;

- maillage fin, correspondant à un nombre d'éléments deux fois plus important que pour le maillage de référence, noté « Fin » ;
- maillage fin, correspondant à un nombre d'éléments trois fois plus important que pour le maillage de référence, noté « Super Fin ».

On peut constater que l'influence du maillage est limitée quelque soit :

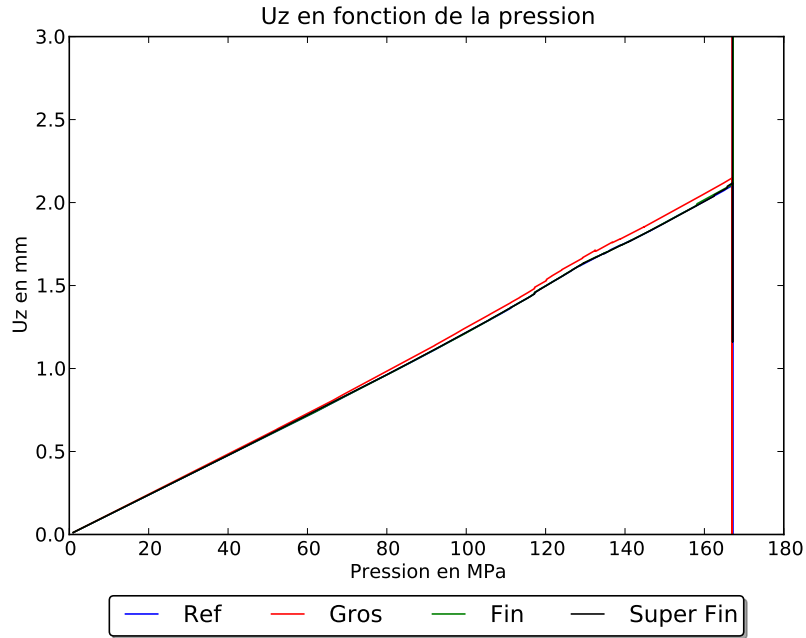
- la modélisation retenue : modèle mixte/modèle solide (figures II.21 et II.23) ;
- le mode d'endommagement : mode sain/non-sain (figures II.21 et II.22).

Cela conforte la confiance dans les résultats.

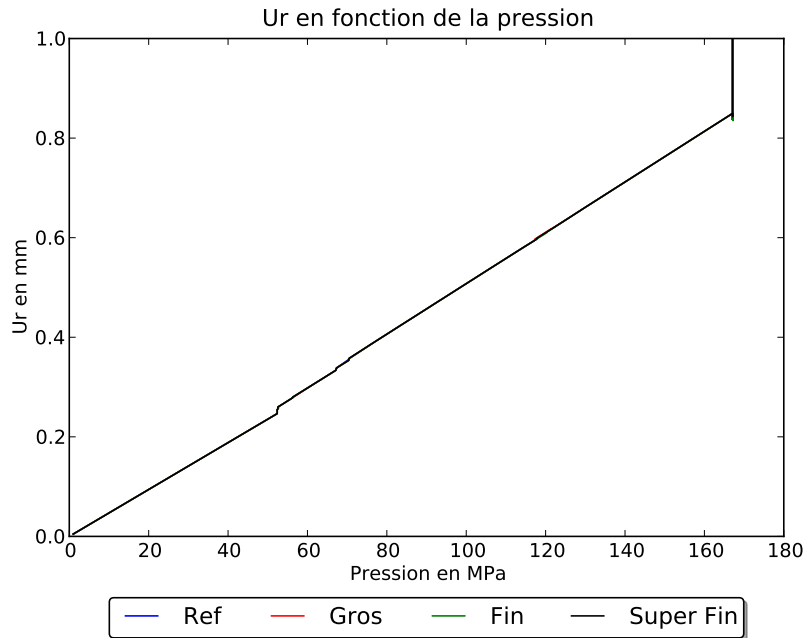
II.4.2.4 Influence de la variable d'endommagement

L'influence de la valeur de la variable d'endommagement est présentée pour les deux modélisations figures II.24 et II.25. On remarquera que les mêmes tendances sont présentes pour les deux modélisations : augmentation des déplacements axiaux pour des valeurs importantes (0.95 et 0.99) des variables d'endommagement d_2 et d_{12} . L'augmentation est plus marquée dans le cas du modèle mixte. Expérimentalement, ces augmentations des déplacements axiaux ne sont pas constatées. La valeur des variables d'endommagement devra donc être inférieure à 0.95. Finalement, notre choix s'est porté sur une valeur de 0.6 car permettant de mieux respecter la concordance avec les déplacements expérimentaux et d'améliorer la prédiction de la pression d'éclatement. De plus, une valeur de 0.6 permet de traduire une saturation de l'endommagement (stabilisation de la fissuration matricielle [II³⁵]) et une capacité résiduelle de charge des plis rompus. Il s'agit d'un choix arbitraire qui n'a pas pu être justifié par identification sur les essais sur semi-structures (cf. annexe C, page 185).

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir



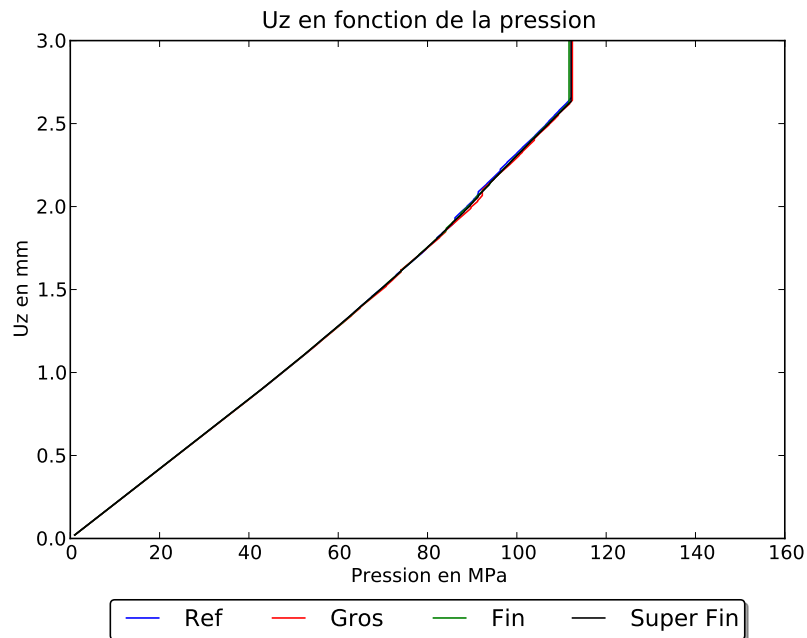
(a) Déplacements axiaux.



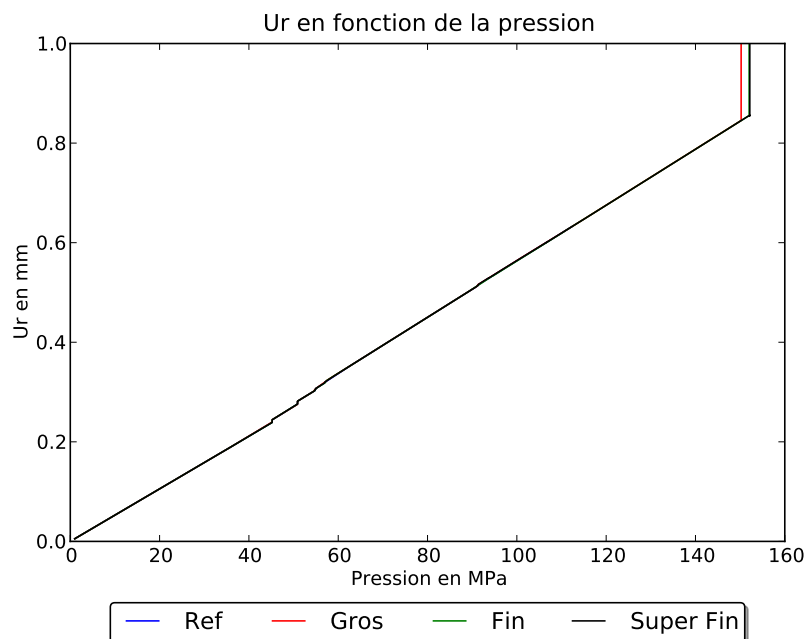
(b) Déplacements radiaux.

Figure II.21 – Influence du maillage sur les résultats du modèle mixte tranche dans le cas d'un éclatement sain. Quatre raffinements de maillage ont été testés : gros (grossier), fin, super fin et ref (référence) ; réservoir de référence.

Chapitre II : Simulation par Éléments Finis du comportement mécanique d'un réservoir de stockage de type IV



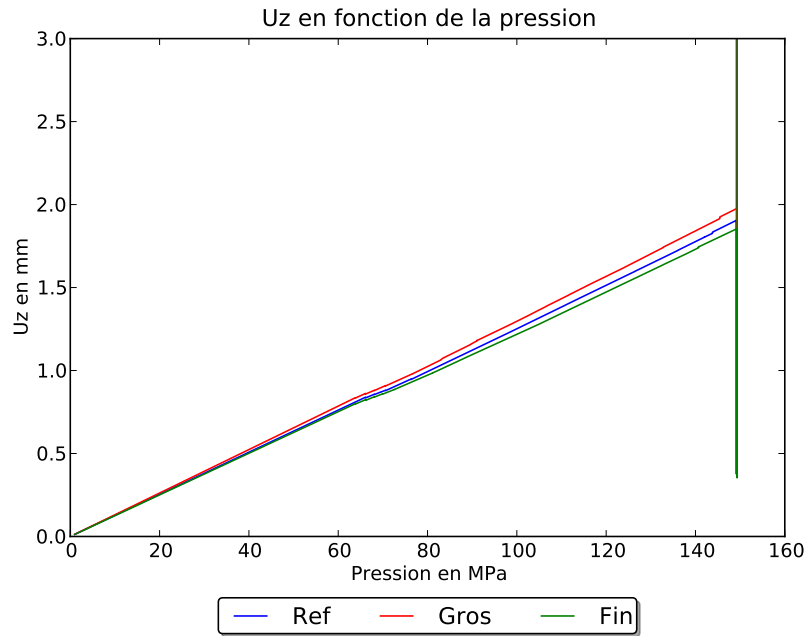
(a) Déplacements axiaux.



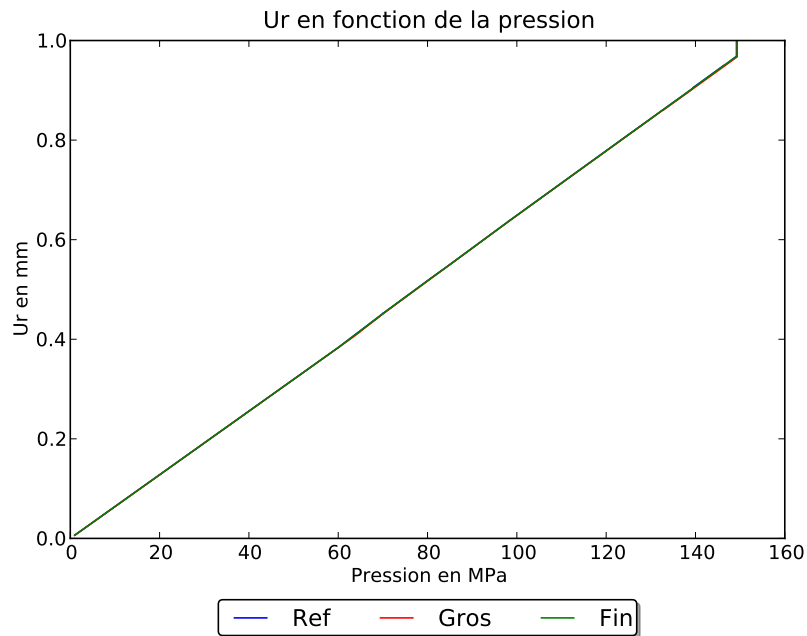
(b) Déplacements radiaux.

Figure II.22 – Influence du maillage sur les résultats du modèle mixte tranche dans le cas d'un éclatement non-sain. Quatre raffinements de maillage ont été testés : gros (grossier), fin, super fin et ref (référence).

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir

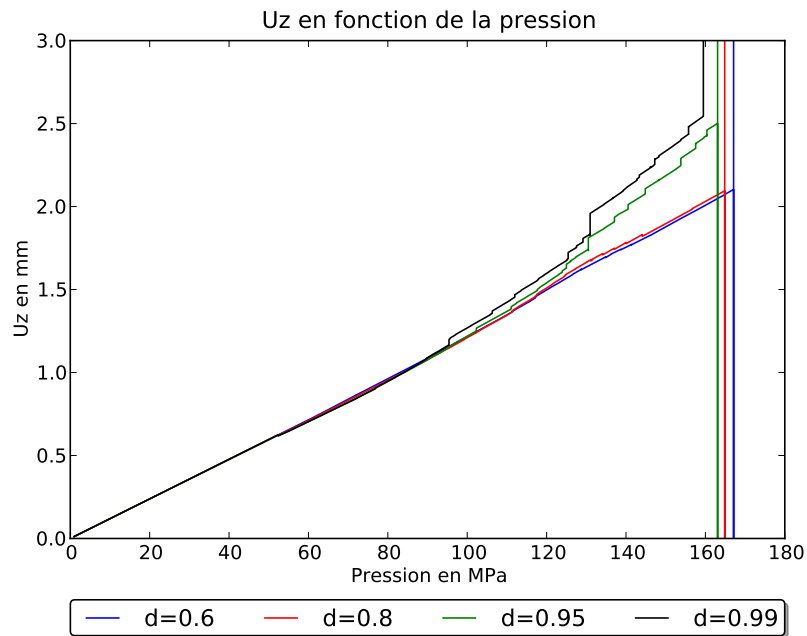


(a) Déplacements axiaux.

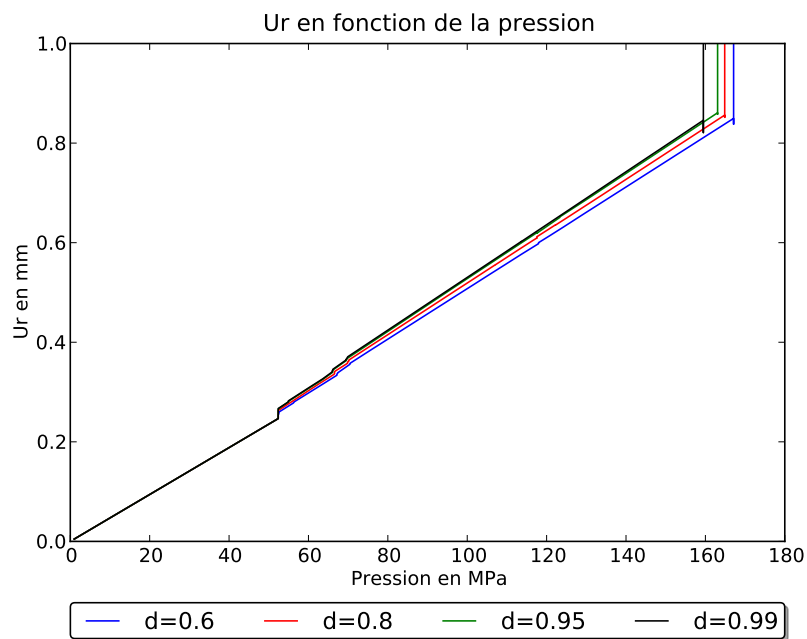


(b) Déplacements radiaux.

Figure II.23 – Influence du maillage sur les résultats du modèle solide tranche dans le cas d'un éclatement sain. Trois raffinements de maillage ont été testés : gros (grossier), fin et ref (référence) ; réservoir de référence.



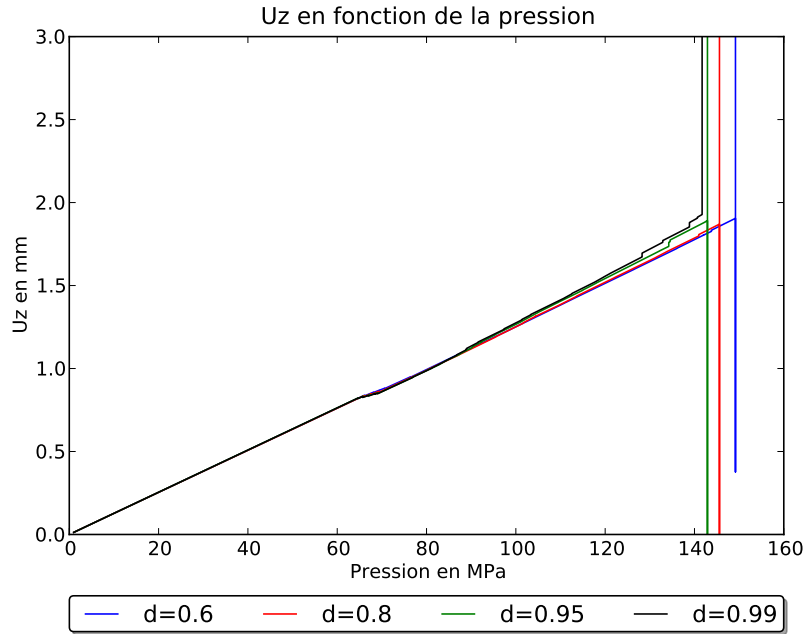
(a) Déplacements axiaux.



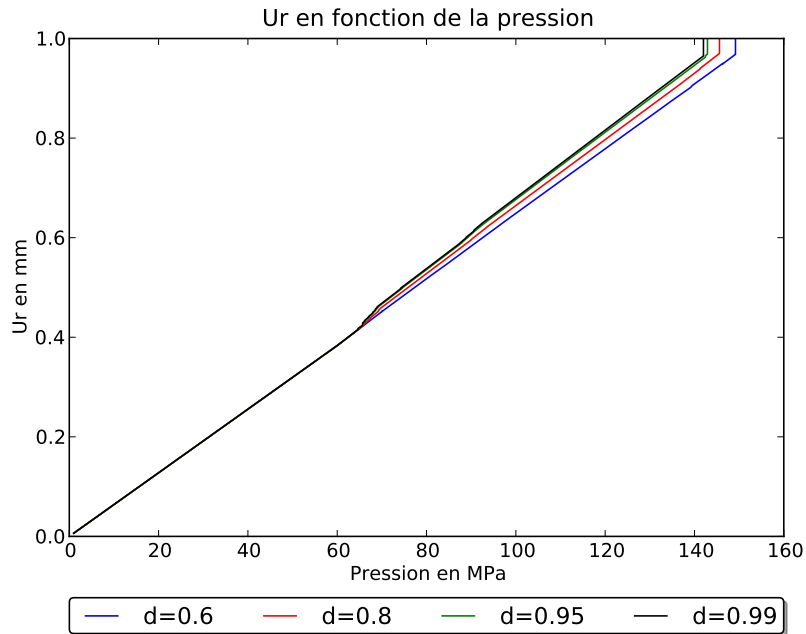
(b) Déplacements radiaux.

Figure II.24 – Influence des variables d'endommagement sur les résultats du modèle mixte tranche dans le cas d'un éclatement sain. Quatre valeurs pour les variables d'endommagement ont été testées.

II.4 Simulation de la tenue à rupture du réservoir



(a) Déplacements axiaux.



(b) Déplacements radiaux.

Figure II.25 – Influence des variables d'endommagement sur les résultats du modèle solide tranche dans le cas d'un éclatement sain. Quatre valeurs pour les variables d'endommagement ont été testées.

II.5 Conclusion

Un modèle d'endommagement du composite basé sur l'Analyse Progressive de la Rupture a été présenté. Celui-ci est identifié à partir des propriétés à rupture standard si bien que son utilisation et implémentation dans les bureaux d'études sont facilitées.

De part, les spécificités des réservoirs (géométrie de révolution sous pression, peu de singularités), celui-ci se trouve être bien adapté aux futurs besoins de l'optimisation en termes de prévision du mode et de la pression d'éclatement.

La considération de la plasticité des embases fait partie des améliorations à apporter au modèle bien que celle-ci devrait peu impacter la pression d'éclatement dans le cas d'un éclatement sain. Elle constitue de plus une source certaine d'augmentation des temps de calcul lorsque couplée avec le modèle d'endommagement linéaire par pas. Une approche pseudo-plastique, basée sur le même principe que le modèle d'endommagement, procédant par pénalisation des modules de Young des éléments dont la déformation équivalente dépasse la déformation limite élastique peut être une solution pour contenir les temps de calcul tout en combinant endommagement du composite et plasticité des embases.

Enfin, la mise à jour des orientations des fibres des dômes au cours du chargement (non-linéarité géométrique) peut également constituer une source d'amélioration des prédictions.

Références bibliographiques

- [II¹] J-F. MAIRE : *Endommagement : caractère unilatéral, anisotropie initiale et induite*, 2011.
- [II²] J-F. MAIRE et J.L. CHABOCHE : A new formulation of continuum damage mechanics (cdm) for composite materials. *Aerospace Science and Technology*, 1(4):247 – 257, 1997.
- [II³] P. LADEVÈZE et E. LEDANTEC : Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43(3):257 – 267, 1992.
- [II⁴] Z. ZOU, S.R. REID et S. LI : A continuum damage model for delaminations in laminated composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(2):333 – 356, 2003.
- [II⁵] P. RAGHAVAN et S. GHOSH : A continuum damage mechanics model for unidirectional composites undergoing interfacial debonding. *Mechanics of Materials*, 37(9):955 – 979, 2005.
- [II⁶] K.V. WILLIAMS, R. VAZIRI et A. POURSAITIP : A physically based continuum damage mechanics model for thin laminated composite structures. *International Journal of Solids and Structures*, 40(9):2267 – 2300, 2003.
- [II⁷] P.F. LIU et J.Y. ZHENG : Recent developments on damage modeling and finite element analysis for composite laminates : A review. *Materials & Design*, 31(8):3825 – 3834, 2010.
- [II⁸] C. SCHUECKER et H.E. PETTERMANN : A continuum damage model for fiber reinforced laminates based on ply failure mechanisms. *Composite Structures*, 76(1-2):162 – 173, 2006. Fifteenth International Conference on Composite Materials - ICCM-15.
- [II⁹] P. LADEVÈZE : A damage computational method for composite structures. *Computers & Structures*, 44(1-2):79 – 87, 1992.
- [II¹⁰] P.F. LIU et J.Y. ZHENG : Progressive failure analysis of carbon fiber/epoxy composite laminates using continuum damage mechanics. *Materials Science and Engineering : A*, 485(1-2):711 – 717, 2008.

Références bibliographiques

- [II¹¹] P. LADEVÈZE, O. ALLIX, J-F. DEÛ et D. LÉVÊQUE : A mesomodel for localisation and damage computation in laminates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(1-2):105 – 122, 2000.
- [II¹²] D. KRAJCINOVIC : Continuum damage mechanics. *Applied Mechanics Reviews*, 37(1):1 – 6, 1984.
- [II¹³] J.L. CHABOCHE : Continuum Damage Mechanics : Part I—General Concepts. *Journal of Applied Mechanics*, 55(1):59–64, mar 1988. 10.1115/1.3173661.
- [II¹⁴] J.L. CHABOCHE : Continuum Damage Mechanics : Part II—Damage Growth, Crack Initiation, and Crack Growth. *Journal of Applied Mechanics*, 55(1):65–72, mar 1988. 10.1115/1.3173662.
- [II¹⁵] R. TALREJA : Modeling of damage development in composites using internal variable concepts. *Damage Mechanics in Composites*, A. S. D. Wang and G. K. Haritos (editors), 12:11 – 16, 1987.
- [II¹⁶] C. HOCHARD et Y. THOLLON : A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions. *International Journal of Fatigue*, 32(1): 158 – 165, 2010. Fourth International Conference on Fatigue of Composites (ICFC4).
- [II¹⁷] C. HOCHARD, P-A. AUBOURG et J-P. CHARLES : Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric cfrp laminates up to failure. *Composites Science and Technology*, 61(2):221 – 230, 2001.
- [II¹⁸] C. HOCHARD, J. PAYAN et C. BORDREUIL : A progressive first ply failure model for woven ply cfrp laminates under static and fatigue loads. *International Journal of Fatigue*, 28(10):1270 – 1276, 2006. The Third International Conference on Fatigue of Composites.
- [II¹⁹] Y. THOLLON et C. HOCHARD : A general damage model for woven fabric composite laminates up to first failure. *Mechanics of Materials*, 41(7):820 – 827, 2009.
- [II²⁰] G. AKHRAS et W.C. LI : Progressive failure analysis of thick composite plates using the spline finite strip method. *Composite Structures*, 79(1):34 – 43, 2007.
- [II²¹] F. LAURIN : *Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté - ONERA, 2005.
- [II²²] M.S. CHEUNG, G. AKHRAS et W. LI : Progressive failure analysis of composite plates by the finite strip method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 124(1-2):49 – 61, 1995.
- [II²³] S.M. SPOTTSWOOD et A.N. PALAZOTTO : Progressive failure analysis of a composite shell. *Composite Structures*, 53(1):117 – 131, 2001.
- [II²⁴] S. BASU, A.M. WAAS et D.R. AMBUR : Prediction of progressive failure in multi-directional composite laminated panels. *International Journal of Solids and Structures*, 44(9):2648 – 2676, 2007.
- [II²⁵] Y.S.N. REDDY, C.M. DAKSHINA MOORTHY et J.N. REDDY : Non-linear progressive failure analysis of laminated composite plates. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 30(5):629 – 649, 1995.

- [II²⁶] P. PAPANIKOS, K.I. TSERPES, G. LABEAS et S. PANTELAKIS : Progressive damage modelling of bonded composite repairs. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 43(2):189 – 198, 2005.
- [II²⁷] M. KNOPS et C. BÖGLE : Gradual failure in fibre/polymer laminates. *Composites Science and Technology*, 66(5):616 – 625, 2006. Reliability and Life Prediction of Composite Structures.
- [II²⁸] G.S. PADHI, R.A. SHENOI, S.S.J. MOY et G.L. HAWKINS : Progressive failure and ultimate collapse of laminated composite plates in bending. *Composite Structures*, 40(3-4):277 – 291, 1997.
- [II²⁹] F. LAURIN, N. CARRÈRE et J-F. MAIRE : A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(1):198 – 209, 2007.
- [II³⁰] K.S. LIU et S.W. TSAI : A progressive quadratic failure criterion for a laminate. *Composites Science and Technology*, 58:1023 – 1032, 1998.
- [II³¹] R. ZAHARI et A. EL-ZAFRANY : Progressive failure analysis of composite laminated stiffened plates using the finite strip method. *Composite Structures*, 87(1):63 – 70, 2009.
- [II³²] C. HUCHETTE : *Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2005.
- [II³³] Z. HASHIN et A. ROTEM : A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *Journal of Composite Materials*, 7(17):448–464, 1973.
- [II³⁴] ANSYS : *ANSYS Mechanical APDL Programmer's Manual*, release 13.0 édition, 2010.
- [II³⁵] J. RENARD et A. THIONNET : Damage in composites : From physical mechanisms to modelling. *Composites Science and Technology*, 66(5):642 – 646, 2006.

Références bibliographiques

Chapitre III

Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV

L'optimisation de structures composites est une tâche généralement complexe et coûteuse en temps CPU. Prendre en compte l'endommagement du composite dans la phase d'optimisation y ajoute encore un degré de complexité et un surcoût non négligeable. L'objectif de ce chapitre est de présenter une démarche d'optimisation spécifique au réservoir prenant en compte l'endommagement du composite et capable de fournir une solution optimale approchée en un minimum de temps et de coûts. À ce titre, des méthodes de métamodélisation et de validation, couplées avec un algorithme génétique ont été retenues.

Sommaire

III.1	Introduction	115
III.2	Vers l'optimisation des structures composites	117
III.2.1	Généralités sur l'optimisation	117
III.2.2	Les structures composites	121
III.2.2.1	Principaux travaux	121
III.2.2.2	Principales difficultés de l'optimisation des structures complexes composites	122
III.2.3	Les réservoirs de stockage à haute pression	127
III.3	Problème d'optimisation	128
III.4	Méthode d'optimisation M1	133
III.5	Méthode d'optimisation M2	139
III.5.1	Principe	141
III.5.2	Traitement spécifique	145
III.5.3	Caractéristiques de la méthode M2	159
III.6	Enseignements, confirmations et règles de conception	163
III.7	Conclusion	165
	Bibliographie du chapitre III	171

III.1 Introduction

Les réservoirs de type IV sont caractérisés par l'utilisation, dans leur conception, de matériaux composites, afin de contenir leur masse et tenir les très hautes pressions d'utilisation. Toutefois, de nombreuses incertitudes quant à l'utilisation de ces matériaux subsistent, notamment : variabilités des propriétés matériaux et des paramètres du procédé et difficultés à représenter de manière efficace l'endommagement du composite. Ce manque de confiance vis-à-vis du comportement mécanique se traduit généralement, industriellement, par une augmentation des marges de sécurité et donc des épaisseurs de composites mises en jeu. Du fait des coûts importants de mise en œuvre de ces réservoirs, cette stratégie se répercute directement sur le développement de cette technologie. L'optimisation de la structure composite des réservoirs de type IV constitue donc un enjeu économique important et le but ultime de ce travail de thèse. Celle-ci impose de relever plusieurs défis :

1. prédiction fidèle de la structuration composite du réservoir afin de pouvoir réduire la masse et étudier correctement le comportement mécanique du réservoir ;
2. analyse du comportement mécanique du réservoir pour pouvoir prédire son mode et sa pression d'éclatement ;
3. limitation des coûts ce qui passe par une recherche de la simplification d'utilisation de la méthode d'optimisation, doublée d'une plus grande efficacité de celle-ci.

Notre démarche d'optimisation s'oriente donc vers une stratégie d'optimisation sur une structure composite complexe avec prise en compte du comportement mécanique non-linéaire dû à l'endommagement du composite, ce qui, à notre connaissance, ne se pratique pas à l'échelle des bureaux d'études ou des fabricants de réservoirs. Les défis 1 et 2, traités dans les chapitres précédents, constituent les fondements de cette stratégie.

Ainsi la démarche d'optimisation est construite à partir de nombreuses méthodes ou outils qui ont été adaptés aux spécificités des réservoirs¹ pour gagner en efficacité, et qui combinés permettent de réduire significativement les coûts de mise en pratique de la phase d'optimisation. Celle-ci repose sur les outils suivants :

- méthodologie des plans d'expériences pour identifier les variables d'optimisation influentes ;
- construction et utilisation de métamodèles destinés à contenir les coûts de la démarche d'optimisation ;

1. Tous les outils présentés ont été programmés en langage FORTRAN et PYTHON pour personnaliser et s'adapter aux spécificités de l'étude.

- stratégie de validation des métamodèles par la méthodologie de la validation croisée permettant de renseigner la méthode d'optimisation et les procédures de tri ;
- processus d'optimisation réalisé à partir d'un algorithme génétique spécifiquement adapté aux contraintes de l'étude et permettant de balayer l'ensemble du domaine de recherche ;
- procédures de tris spécifiques permettant de repérer les optima dans le domaine de recherche.

Afin de faciliter la compréhension et la présentation de la démarche d'optimisation développée, les outils sur lesquels repose celle-ci seront présentés en annexe D, E et F. Toutefois, du fait de la complémentarité d'utilisation de ces outils, nous recommandons leur lecture. Ce chapitre est organisé en cinq sections :

- une présentation des spécificités des méthodes d'optimisation portant sur des structures composites avec prise en compte de l'endommagement du composite ;
- la présentation du problème d'optimisation ;
- un descriptif de la première démarche d'optimisation mise en place ;
- une description de la seconde démarche d'optimisation mise en place et en application ;
- une présentation de règles de conception génériques destinées à faciliter la recherche d'une conception optimisée.

III.2 Vers l'optimisation des structures composites

III.2.1 Généralités sur l'optimisation

En comparaison des structures usuelles (métal), l'optimisation des structures composites constitue un problème d'optimisation délicat compte tenu des nombreux paramètres dus à l'anisotropie des matériaux constitutifs et aux combinaisons d'empilements de multi-matériaux. L'anisotropie est à l'origine de nouvelles variables d'optimisation caractérisant les comportements mécaniques, thermiques et hydriques de la structure :

- orientations des plis composites ;
- nombre de plis composites ;
- empilement des plis.

Le problème d'optimisation est donc, dans le cas des structures composites, généralement enrichi de variables de natures différentes et d'un caractère combinatoire. On définit ainsi les problèmes d'optimisation :

- à variables continues ou réelles ;
- à variables discrètes, problème combinatoire ;
- mixtes à variables continues et discrètes.

Diverses terminologies sont généralement employées pour clarifier le cadre de l'optimisation :

- optimisation topologique : on cherche à distribuer la matière de manière optimale par rapport aux contraintes de chargement [III¹].
- optimisation structurelle : on cherche à géométrie fixe, à déterminer les caractéristiques mécaniques, thermiques... optimales du matériau constitutif.

Dès lors que l'on cherche à optimiser une structure, il est nécessaire de définir les objectifs de l'optimisation c.-à-d. les critères que l'on cherchera à satisfaire (contraintes) ou à optimiser (buts). On citera par exemple les critères :

- de masse, que l'on cherche généralement à minimiser ;
- de résistance mécanique aux impacts, que l'on cherche à satisfaire ou à améliorer ;
- de rigidité ou de souplesse (déplacements, déformations) ;
- de flambement, que l'on cherche à éviter ;
- de robustesse, que l'on cherche à améliorer (minimisation de l'impact des incertitudes sur la conception) ;

- de dilatation thermique ou hydrique.

Suivant les cas, on cherchera à optimiser un ou plusieurs critères avec ou sans contraintes. On parlera ainsi de :

- problème d'optimisation mono-objectif si un seul critère est à optimiser ;
- problème d'optimisation mono-objectif sous contraintes si le problème est contraint dans le domaine des variables ou des objectifs ;
- problème d'optimisation multi-objectifs si plusieurs critères sont à optimiser simultanément ;
- problème d'optimisation multi-objectifs sous contraintes si le problème est contraint dans le domaine des variables ou des objectifs.

De manière générale, les problèmes d'optimisation multi-objectifs sont plus difficiles à mettre en place de part la notion de compromis (critères contradictoires). L'enjeu dans ce type de problème est donc de trouver une partie ou l'ensemble des compromis optimaux du problème (Front de Pareto). On distinguera principalement les méthodes [III²] :

- a priori, où le compromis entre les différents objectifs est effectué en amont de la phase d'optimisation. Ces méthodes regroupent les méthodes de transformation du problème multi-objectifs en un problème mono-objectif par agrégation et pondération des objectifs ou par transformation des objectifs en contraintes ;
- a posteriori, où l'optimisation est effectuée sans classement des objectifs. L'enjeu est de trouver l'ensemble des compromis optimaux pour permettre au décideur d'effectuer un choix selon ses préférences en aval du processus d'optimisation. Ces méthodes comprennent les algorithmes évolutionnaires comprenant des règles de non-dominance (algorithme NSGA : Non-dominated Sorting Genetic Algorithm [III³, III⁴] ;
- progressives, démarches itératives où le décideur intervient de manière récurrente dans le processus d'optimisation dans le but d'orienter la recherche en fonction de ses préférences.

Dans le cadre de l'optimisation des structures composites et suivant les cas, l'ensemble des méthodes d'optimisation peut être utilisé :

- les méthodes de programmation mathématiques (méthodes de descentes, à gradient, « BFGS », « Nelder and Mead ») [III⁵–III⁷] ;
- les méthodes combinatoires (« Branch and Bound ») [III⁸] ;

III.2 Vers l'optimisation des structures composites

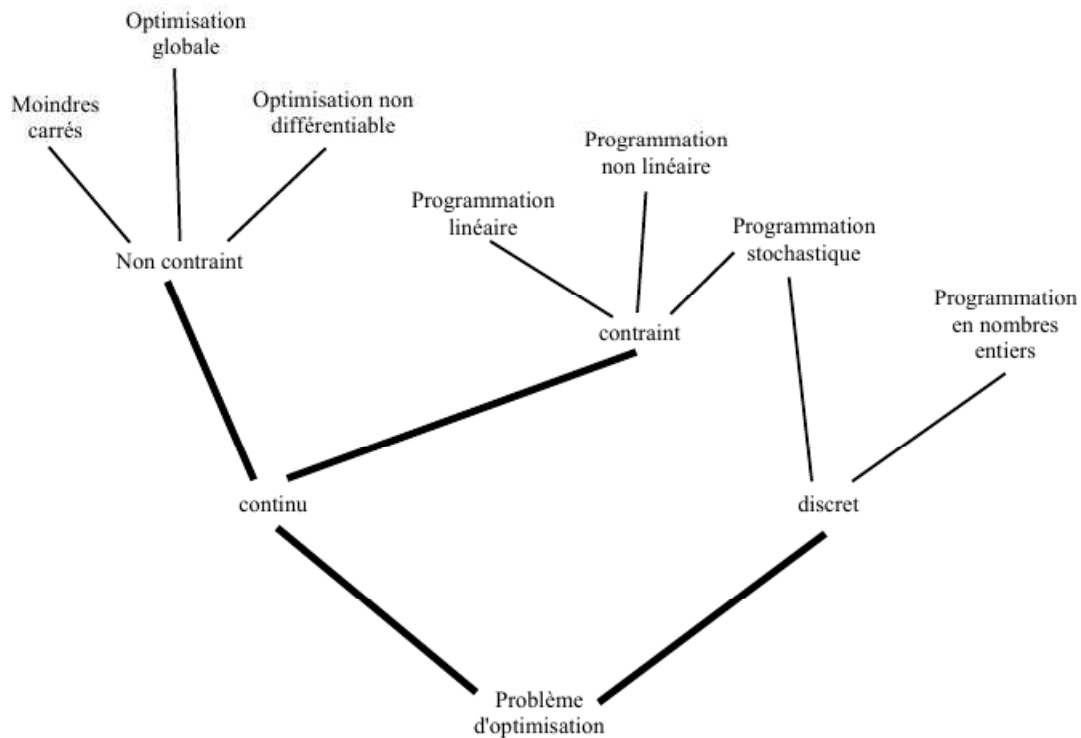


Figure III.1 – Catégories de problèmes d'optimisation [III¹²].

- les heuristiques ou métaheuristiques (recherche tabou [III⁹, III¹⁰], algorithmes évolutionnaires, recuit simulé [III¹¹]), méthodes d'optimisation approchées caractérisées par un processus aléatoire.

Toutefois, dans le cas des composites, une méthode d'optimisation structurelle performante devra être :

- globale, pour balayer l'ensemble du domaine de recherche et permettre d'identifier les optima locaux afin d'aider le décideur dans le choix de la conception optimale la plus adaptée à ses besoins ;
- directe, c.-à-d. ne travaillant que sur les valeurs de la réponse afin de pouvoir traiter des problèmes combinatoires ;
- efficace, c.-à-d. apportant une amélioration significative par rapport à l'existant tout en maîtrisant le nombre d'analyses structurelles nécessaires à la convergence de la méthode.

Enfin, des méthodes de réduction de la complexité pourront éventuellement être employée pour réduire la complexité du problème d'optimisation [III¹²] :

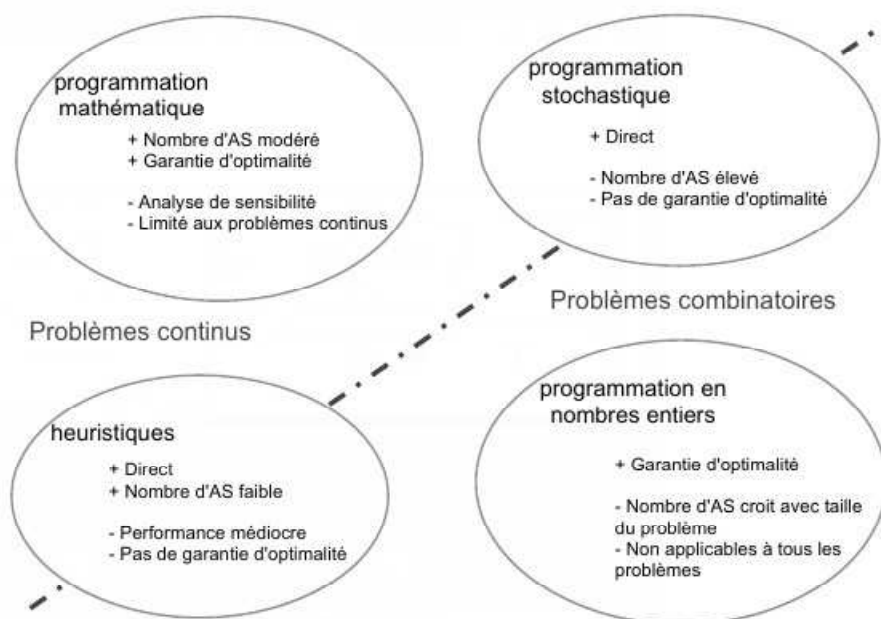


Figure III.2 – Comparaison des méthodes d'optimisation [III¹²].

- procédures multi-étapes, où l'on cherchera à identifier des sous-problèmes du problème d'optimisation (en regroupant par exemple les variables d'optimisation par nature) que l'on optimisera de manière séquentielle. Éventuellement, des algorithmes d'optimisation différents pourront être employés suivant les sous-problèmes. Dans le cas des composites, cette approche consiste à optimiser sur les angles puis sur le nombre de plis et à réitérer le processus jusqu'à convergence [III¹³].
- procédures faisant appel à des modèles d'approximation (métamodèles, surfaces de réponse) dont les qualités d'approximation pourront être améliorées [III¹⁴] par :
 - réduction de l'espace de recherche (réduction dimensionnelle : analyse en composantes principales [III¹⁵]) ;
 - raffinement de l'échantillonnage dans les zones d'intérêt ;
 - partitionnement en sous-domaines (identification d'un métamodèle par mode de flambement [III¹⁶]) ;
 - décomposition du problème d'optimisation en sous-problèmes d'optimisation et coordination [III¹⁷] ;
 - optimisation du plan d'échantillonnage (cf. Plans d'expériences).

Pour une vision globale de l'optimisation appliquée au domaine des composites, nous recommandons la lecture des travaux [III¹⁸, III¹⁹] où les différentes méthodes d'optimisation, de réduction de la complexité sont comparées et présentées.

III.2.2 Les structures composites

III.2.2.1 Principaux travaux

L'optimisation des structures complexes a fait l'objet de beaucoup moins de travaux que l'optimisation portant sur des structures élémentaires (plaque, poutre) où il est plus aisé de mettre en place des stratégies d'optimisation et de tester les performances des algorithmes mis en place. Pour une synthèse détaillée, des travaux traitant de l'optimisation des structures élémentaires, nous renvoyons le lecteur au travail de thèse de François-Xavier Irisarri [III²].

Bien souvent, les études d'optimisation portant sur des structures complexes sont issues de compromis. En effet, les coûts numériques associés à ces optimisations sont rédhibitoires. Toutefois, deux axes principaux de recherche permettent de résoudre en partie cette difficulté :

- les méthodes de décomposition, on parlera alors d'optimisation multi-niveaux ;
- les méthodes de métamodélisation.

Les méthodes de décomposition dont quelques exemples sont présents dans [III¹⁶, III¹⁷, III²⁰–III²⁴] cherchent à partitionner la structure en sous-structures ou semi-structures. L'optimisation consiste alors à optimiser en parallèle ces semi-structures tout en garantissant l'équivalence théorique entre une optimisation réalisée sur la structure complète et celle réalisée par l'intermédiaire des semi-structures. Une des principales difficultés associée à cette démarche est la coordination entre l'algorithme d'optimisation général et les algorithmes de résolution des sous-problèmes. Les semi-structures généralement étudiées sont des panneaux raidis [III¹⁷, III²⁵–III²⁹] ou des caissons [III³⁰, III³¹] ou des pales [III³²]. Rares sont donc les travaux portant sur des structures complètes telles que des coques de bateau [III³³].

Les méthodes de métamodélisation constituent un des fondements de la méthode d'optimisation mise en place dans le cadre de ce travail. Elles consistent à identifier un modèle mathématique dont le but est de remplacer et de se substituer dans la phase d'optimisation au processus original. L'intérêt de ce type de modèle réside dans la capacité à imiter le comportement du processus original et dans des temps numériques d'évaluation beau-

coup plus faibles comparés à ceux du processus original. Plus de détails sur ces méthodes sont disponibles en annexe D, page 192.

III.2.2.2 Principales difficultés de l'optimisation des structures complexes composites

Optimisation des empilements

En reprenant les travaux de [III²], plusieurs stratégies peuvent être mises en place pour traiter l'optimisation de la séquence des plis (optimisation de l'empilement) :

- l'approche industrielle ;
- l'approche directe ;
- l'approche par niveaux.

L'approche industrielle consiste à homogénéiser le matériau et à optimiser le jeu d'épaisseurs du stratifié qu'il convient ensuite d'arrondir pour définir la séquence. Les orientations des plis étant limitées aux angles 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° . Cette approche limite les possibilités d'optimisation et pose des problèmes d'approximation et d'erreur lors de la retranscription du matériau homogénéisé au stratifié, elle ne sera donc pas retenue dans notre cas. L'approche directe consiste à traiter l'optimisation de l'empilement directement à partir des variables de décision définissant l'empilement (nombre de plis, orientations) dans l'espace des empilements. L'approche par niveaux (figure III.3) consiste via la CLT (Théorie Classique des Stratifiés [III³⁴–III³⁸]) à utiliser plusieurs espaces pour traiter l'optimisation : espace des empilements, espace des rigidités. Ainsi plusieurs phases d'optimisation sont mises en place : optimisation dans l'espace des rigidités puis optimisation dans l'espace des empilements pour trouver l'empilement correspondant à l'optimum trouvé dans l'espace des rigidités.

Dans une démarche d'optimisation, l'approche par niveaux est souhaitée car celle-ci permet de restreindre le nombre de variables d'optimisation à considérer pour optimiser le problème mécanique (espace des rigidités). Cela permet de faciliter l'identification éventuelle de métamodèles et de réduire les temps de calcul liés à l'optimisation car le nombre d'évaluations du processus original nécessaire à la convergence de l'algorithme d'optimisation est généralement plus faible du fait de la diminution du domaine de recherche. Toutefois, dans notre cas, cette démarche ne peut pas être appliquée du fait des évolutions des orientations et des épaisseurs de la structuration composite : une infinité de matrices de rigidité assemblées existe pour une séquence d'empilement donnée. Le recours

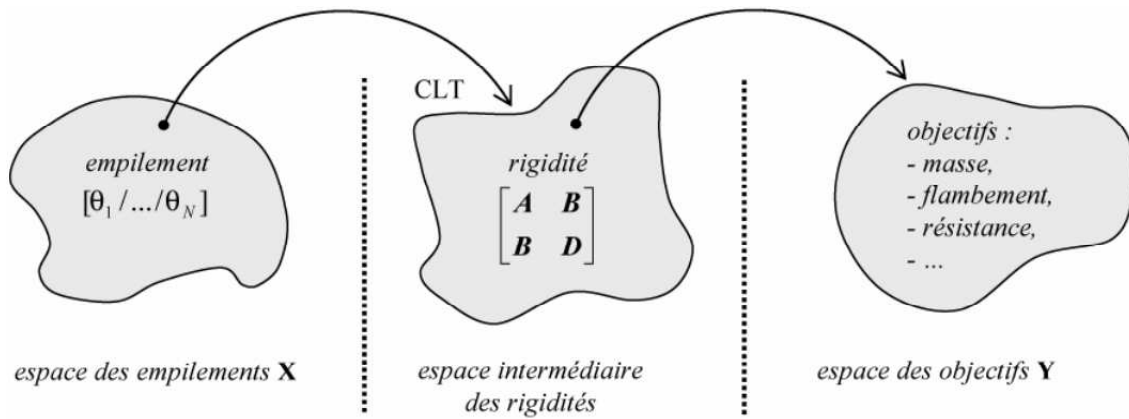


Figure III.3 – Optimisation de l'empilement par l'approche par niveaux [III²]. L'optimisation est d'abord conduite dans l'espace des rigidités puis dans l'espace des empilements où l'on cherchera à identifier la séquence d'empilement correspondant à l'optimum trouvé lors de la première phase.

à une modélisation EF est donc nécessaire pour calculer les variables d'intérêt (pression et mode d'éclatement). De plus, dans le cas où l'endommagement est considéré, ces matrices sont sujettes à changement.

Ainsi, dans le cas de l'optimisation des réservoirs avec prise en compte de l'endommagement, l'optimisation devra être conduite par l'approche directe, ce qui ajoute des difficultés quant au nombre de variables d'optimisation.

Temps de calcul

Dans le cas du dimensionnement d'une structure complète et complexe, les temps de calcul intrinsèques des analyses structurelles peuvent devenir importants. Cela est d'autant plus vrai dès lors que l'on cherche à améliorer la précision et la qualité des résultats. La généralisation de ce constat à l'optimisation peut vite devenir problématique et rédhibitoire dans la recherche d'une conception optimisée.

Ainsi, on peut répertorier les temps et les coûts de calcul suivant différentes causes [III¹², III³⁹, III⁴⁰] :

- la complexité des structures étudiées associée à la représentation EF ;
- la complexité des analyses : de l'analyse statique à l'analyse dynamique non-linéaire. L'exemple de l'impact de la complexité du modèle d'endommagement utilisé (modèle d'endommagement micromécanique [III⁴¹, III⁴²]) pour simuler l'endommagement de plaques composites stratifiées sur les temps de calcul est très significatif, rendant impossible l'extension du modèle à des structures composites de grandes tailles dans

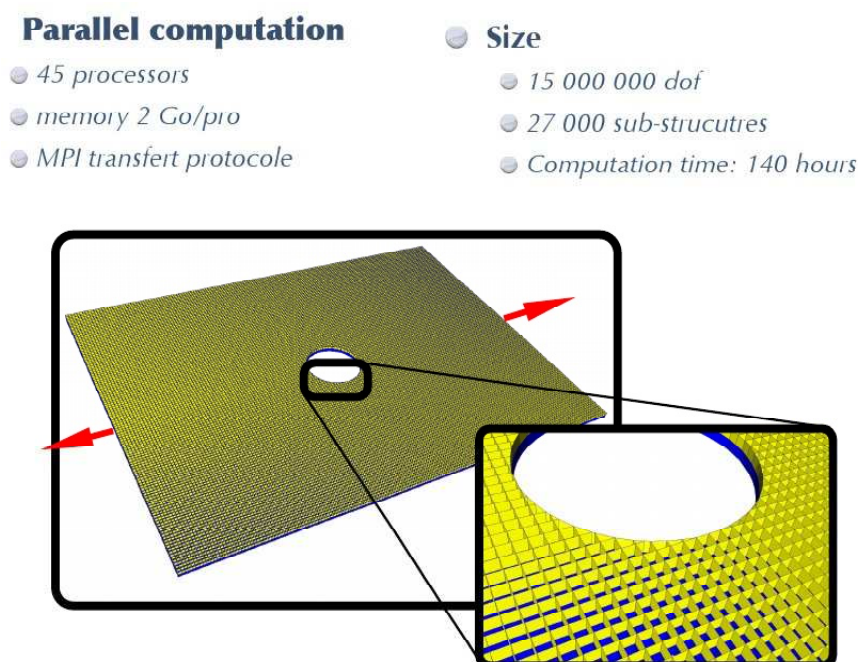


Figure III.4 – Considération des temps de calcul du modèle micromécanique [III⁴¹] pour simuler un essai de traction sur un coupon [III⁴²].

le cas présent (figure III.4) ;

- la complexité des méthodes d'optimisation : de l'optimisation déterministe à l'optimisation robuste. Une comparaison des coûts de certaines méthodes d'optimisation appliquées aux composites est présentée dans [III⁴³].

Même avec l'amélioration significative, ces dernières années, des puissances de calcul, l'optimisation de structures composites complètes résulte souvent d'un compromis entre ces différents aspects. La figure III.5, tirée des développements de la thèse de François-Xavier Irisarri [III²], constitue en exemple flagrant de l'impact de la complexité de la structure étudiée sur les temps de calcul dans le cas d'un problème linéaire en flambement. La comparaison entre l'optimisation directe à partir du modèle EF et indirecte en ayant recours à une démarche de métamodélisation est instructive et permet de justifier le recours aux métamodèles dès lors que les temps de calcul intrinsèques deviennent importants.

Ainsi, la prise en compte simultanée de la complexité de la structure et de l'endommagement du composite dans le processus d'optimisation est un aspect délicat, ce qui explique le faible nombre de travaux sur le sujet et la difficulté de déploiement au niveau industriel de telles méthodes.

III.2 Vers l'optimisation des structures composites

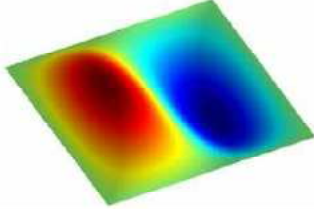
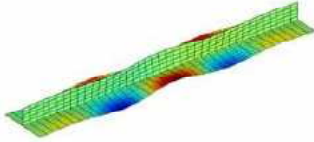
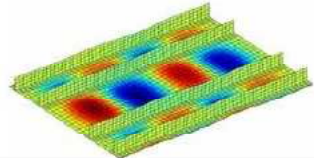
Type de structure	Temps de calcul unitaire (un cas de charge)	Temps de calcul pour l'optimisation directe (1)	Temps de calcul pour l'optimisation à partir de métamodèles
Plaque rectangulaire 	Modèle orthotrope : $\ll 1$ s	~ 5 min	~ 5 min
	Modèle EF, analyse linéaire du flambement : ~ 5 s	4 h 10 min	Identification des métamodèles : ~ 6 min Optimisation : ~ 5 min
Super-raideur 	Modèle EF, analyse linéaire du flambement : ~ 30 s	~ 25 h	Identification des métamodèles (2) : < 30 min Optimisation : ~ 5 min
Panneau raidi 	Modèle EF, analyse linéaire du flambement : ~ 5 min	~ 250 h	Identification des métamodèles (2) : < 6 h Optimisation : ~ 5 min
(1) sur la base de 3000 évaluations des fonctions-objectif. (2) sur la base de 70 calculs d'identification.		L'usage de métamodèles devient intéressant pour les temps de calcul unitaires importants	

Figure III.5 – Impact de l'augmentation de la complexité de la structure étudiée sur les temps de calcul intrinsèques d'un problème de flambement en analyse linéaire [III²].

Paramètres incertains

Généralement, la démarche d'optimisation employée consiste à partir d'une ou plusieurs conceptions nominales respectant le cahier des charges et à trouver une ou plusieurs conceptions optimisées constituant une amélioration par rapport aux conceptions initiales nominales. Cependant, cette démarche constitue un cadre de travail déterministe idéalisé. La réalité est en effet bien souvent différente de part la variabilité des propriétés matériaux, des incertitudes liées au procédé de mise en œuvre (aspect renforcé dans le cas des composites), des imperfections des modèles, chargements et conditions aux limites et des erreurs numériques. Ainsi, quand cela est possible, une démarche d'optimisation complète se doit de prendre en compte tous ces aspects dans la recherche de la conception optimisée. On parlera alors d'une conception et optimisation robuste [III⁴⁴]. En pratique, cette démarche est rarement appliquée car elle nécessite l'intégration de méthodes de transport d'incertitudes dans le processus d'optimisation qui peuvent ajouter un degré de complexité supplémentaire à l'optimisation. En effet, cela se traduit en pratique par la nécessité de quantifier la robustesse des solutions et éventuellement par la transformation du problème d'optimisation mono-objectif en un problème multi-objectifs où l'on cherchera à la fois à optimiser le critère de performance (masse, rigidité, flambement...) et à minimiser la dépendance des solutions vis-à-vis des paramètres incertains.

En reprenant la classification mise en place par [III², III⁴⁵, III⁴⁶], on distingue plusieurs familles de paramètres incertains :

- paramètres incertains de *type A*, incertitudes sur les variables d'optimisation. Dans notre cas, il peut s'agir des incertitudes quant au positionnement des fibres lors du bobinage du réservoir ;
- paramètres incertains de *type B*, incertitudes sur les grandeurs physiques (propriétés matériaux notamment) intervenant dans le calcul des fonctions objectifs ou contraintes (pression d'éclatement notamment) mais ne faisant pas partie des variables d'optimisation ou de décision ;
- paramètres incertains de *type C*, regroupant les erreurs de simplification liées aux modèles (métamodèles notamment). Les techniques de rééchantillonnage (validation croisée) peuvent être utilisées pour quantifier ces erreurs.

Dans le cadre de cette étude, toutes les familles d'incertitudes n'ont pu être prises en compte dans le processus d'optimisation : seules les incertitudes de type C ont pu être étudiées via la validation croisée mise en place. Certaines incertitudes de type A sur

les angles d'enroulement pourraient être relativement facilement mises en place dans le processus d'optimisation. En revanche, les incertitudes de type B imposeraient d'établir de nouveaux métamodèles, augmentant de ce fait les coûts de la mise en pratique de l'optimisation. Mais cela augmenterait relativement peu les coûts de développement (modification de l'algorithme d'optimisation mono-objectif actuel pour traiter des problèmes multi-objectifs) d'une telle démarche de part la similarité des problèmes d'incertitudes et d'optimisation.

Plus de détails sur la prise en compte des incertitudes dans la phase de conception sont disponibles dans [III⁴⁷–III⁵¹].

Une meilleure prise en compte de ces paramètres incertains dans le processus d'optimisation constitue certainement une des perspectives de ce travail.

III.2.3 Les réservoirs de stockage à haute pression

De nombreuses études [III⁵²–III⁶⁵] traitent de l'optimisation des réservoirs. Cependant les démarches d'optimisation employées sont généralement focalisées sur certaines parties ou aspects du réservoir : optimisation de la forme des dômes, optimisation du laminé dans la virole ou encore optimisation globale limitée à une seule couche hélicoïdale.

Ainsi, les optimisations de la forme des dômes (optimisations topologiques) visent à améliorer la reprise des efforts dans les fonds des réservoirs en intégrant un critère mécanique (minimisation de l'énergie de déformation) dans l'optimisation. Suivant les hypothèses utilisées (enroulement géodésique [III⁵⁷, III⁶³] ou non-géodésique [III⁵⁶, III⁵⁸, III⁵⁹]) des gains plus ou moins importants sont atteints. Toutefois, dans ces études la reprise mécanique des embases n'est pas considérée. Or celle-ci est à l'origine de concentration de contraintes dans les dômes souvent à l'origine de phénomènes d'endommagement conduisant à des éclatements des réservoirs en mode non-sain. Des améliorations de la conception par rapport à ce problème consisteraient à faire évoluer la forme des embases pour diminuer la concentration de contraintes et/ou à ajouter des couches hélicoïdales avec des angles d'enroulement différents pour renforcer localement les dômes. Par ailleurs, la considération de plusieurs couches hélicoïdales permet d'élargir le domaine de recherche de l'optimisation [III⁵⁵].

Les optimisations de la virole du réservoir [III⁵⁴, III⁶¹], sous l'hypothèse des faibles épaisseurs, peuvent être réalisées analytiquement. Elles conduisent naturellement à des stratifiés optimaux bi-couches permettant de reprendre les efforts axiaux et radiaux. Tou-

tefois, dans ce cas, le manque d'information des parties dômes peut conduire à des solutions en pratique non bobinables : dômes non entièrement recouverts de composite, aspect fortement préjudiciable pour la tenue à la rupture du réservoir.

La démarche d'optimisation se doit donc de considérer les deux parties du réservoir : la virole et les dômes. Il s'agit d'une nécessité pour s'assurer de la faisabilité de l'enroulement. La considération de l'endommagement du composite dans la démarche d'optimisation constitue une avancée [III⁵², III⁵³, III⁶⁰] mais doit être généralisée à des réservoirs multicouches. La considération des paramètres incertains [III⁶⁴] et des enseignements probabilistes du projet permettront à terme de converger vers des solutions optimisées robustes.

III.3 Problème d'optimisation

Le problème d'optimisation considéré dans cette étude est un problème d'optimisation mono-objectif (optimisation de la masse du réservoir) sous double contrainte (mode d'éclatement de type sain et pression d'éclatement minimale à satisfaire). Après mise en application d'un plan d'expériences de criblage et d'un plan D-optimal à 20 variables dont quelques résultats sont présentés dans le tableau III.1, nous avons retenu les variables d'optimisation suivantes :

- angles d'enroulement des couches ;
- nombre de pseudo-couches des couches hélicoïdales ;
- nombre de pseudo-couches des couches circonférentielles internes ;
- nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle externe.

Métamodèles	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	nh_1	nh_2	nh_3	nh_4	nh_5	nci_1	nci_2	nci_3	nci_4	nce
MASSE	-5,2	-5,2	-5,3	-5,2	-5,4	-1,4	-1,1	-0,8	-0,4	-0,2	8,8	8,9	9,1	8,8	8,9	1	1,1	1	0,9	4,2
LOCALISATION	-26,9	-11,3	-7,5	-7	-6,6	0,1	-0,3	-0,1	-0,2	0,3	-0,4	0,8	0,2	0,4	0,1	-1,1	-1	-1,2	-1,2	-5,4
PRESSION	-30,4	-13,9	-0,4	7,2	8,6	0,1	-0,3	0,1	-0,3	-0,5	6,2	3,3	1	3,4	4	1,8	3,2	1,7	1,9	8

Tableau III.1 – Importances relatives des facteurs étudiés sur les réponses des métamodèles polynomiaux avec interactions. Le plan d'expériences utilisé est un plan D-optimal à 20 facteurs. Les facteurs étudiés sont les angles et le nombre de plis hélicoïdaux, les variables non-géodésiques et le nombre de plis circonférentiels. Les importances relatives des interactions ne sont pas présentées. Pour les variables non-géodésiques, le domaine de recherche est défini par $\lambda_{max} \leq 0,3$. Pour les autres variables ou facteurs, le domaine de recherche est défini dans le tableau III.2. Les plans D-optimaux et l'importance relative sont respectivement définis en annexe D, page 192 et en annexe E, page 214. On remarquera que la non-géodésie a moins d'importance sur les réponses des trois métamodèles que les autres facteurs. Son influence est faible hormis légèrement pour le métamodèle « MASSE ». Nous avons donc choisi de retirer les variables non-géodésiques des variables d'optimisation car (i) elles n'apportent pas ou peu d'améliorations dans les identifications des métamodèles, (ii) elles introduisent de la variabilité quant à l'identification des autres facteurs (stabilité des métamodèles), (iii) elles augmentent de manière significative le nombre d'analyses structurales, et (iv) elles sont difficiles à contrôler expérimentalement.

Chapitre III : Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV

Nous rappelons qu'une pseudo-couche est un empilement de deux plis consécutifs d'angles opposés $(+\alpha, -\alpha)$ et qu'une couche est composée de pseudo-couches de même angle initial d'enroulement. Les variables non-géodésiques n'ont pas été considérées par soucis de simplification et d'identification des métamodèles. Les études de criblage ont montré qu'elles avaient un impact significatif sur la masse du réservoir mais relativement peu sur la pression et le mode d'éclatement.

Le problème est posé de telle sorte qu'il permet de balayer tous les réservoirs, du réservoir monocouche au réservoir multi-couches. À noter que :

- le domaine se limite à cinq couches ;
- les plis circonférentiels internes codent pour le séquençage de la structuration ;
- une couche hélicoïdale fixe à 20° et à deux pseudo-couches a été ajoutée pour mieux centrer le domaine de recherche sur la pression d'éclatement visée (cahier des charges) et pour recouvrir complètement les dômes dans tous les cas.

Le domaine de recherche ainsi considéré est résumé dans le tableau III.2. Le problème d'optimisation admet comme contrainte d'optimisation explicite la croissance des angles d'enroulement entre les différentes couches à cause de l'absence de gestion des recouvrements de couches au-delà des arrêts d'enroulement par le modèle d'enroulement.

Une régression linéaire est utilisée pour prédire les épaisseurs dans la virole des plis hélicoïdaux en fonction de l'angle d'enroulement. La dépendance de l'épaisseur vis-à-vis de l'angle d'enroulement est due au compactage des plis lors de l'enroulement. Deux jeux d'épaisseurs ont été mesurés expérimentalement, les données utilisées pour construire les régressions sont données figure III.6. Les épaisseurs des plis en virole constituent typiquement des variables incertaines de type B ayant un impact potentiel important sur les résultats de l'optimisation.

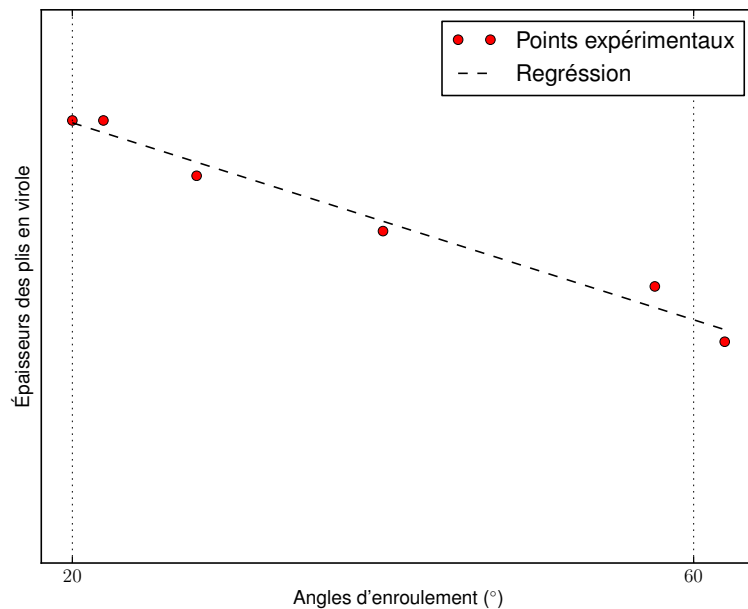
Enfin, pour les analyses structurelles, les hypothèses de calcul suivantes ont été retenues :

- détection du mode et de la pression d'éclatement par divergence des déplacements axiaux ou radiaux ;
- hypothèses relatives au modèle d'enroulement : croissance des angles, épaisseur nulle en fin d'enroulement et enroulements géodésiques notamment ;
- endommagement du composite par Analyse Progressive de la Rupture à un niveau. Les variables d'endommagement d_2 et d_{12} sont fixées à 0.6 ;
- absence de modèle de plasticité pour les embases ;

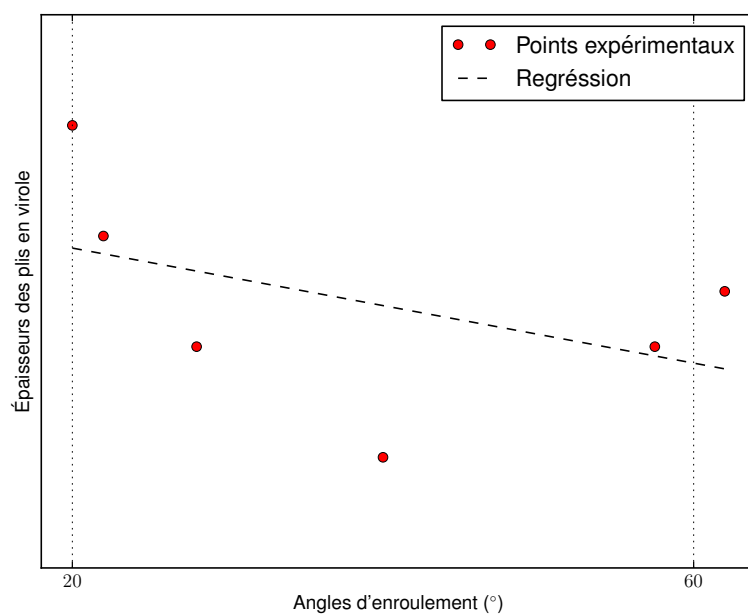
III.3 Problème d'optimisation

Variables d'optimisation	Domaine de recherche
Angle de la couche hélicoïdale 1 : α_1	$[20^\circ \rightarrow 60^\circ]$
Angle de la couche hélicoïdale 2 : α_2	$[20^\circ \rightarrow 60^\circ]$
Angle de la couche hélicoïdale 3 : α_3	$[20^\circ \rightarrow 60^\circ]$
Angle de la couche hélicoïdale 4 : α_4	$[20^\circ \rightarrow 60^\circ]$
Angle de la couche hélicoïdale 5 : α_5	$[20^\circ \rightarrow 60^\circ]$
Nombre de pseudo-couches de la couche 1 : nh_1	$[1 \rightarrow 3]$
Nombre de pseudo-couches de la couche 2 : nh_2	$[1 \rightarrow 3]$
Nombre de pseudo-couches de la couche 3 : nh_3	$[1 \rightarrow 3]$
Nombre de pseudo-couches de la couche 4 : nh_4	$[1 \rightarrow 3]$
Nombre de pseudo-couches de la couche 5 : nh_5	$[1 \rightarrow 3]$
Nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle interne 1 : nci_1	$[0 \rightarrow 1]$
Nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle interne 2 : nci_2	$[0 \rightarrow 1]$
Nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle interne 3 : nci_3	$[0 \rightarrow 1]$
Nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle interne 4 : nci_4	$[0 \rightarrow 1]$
Nombre de pseudo-couches de la couche circonférentielle externe : nce	$[4; 6; 8; 10; 12]$

Tableau III.2 – Domaine de recherche du problème d'optimisation.



(a) Jeu A.



(b) Jeu B.

Figure III.6 – Calcul des épaisseurs des plis en virole par régression linéaire. Le second jeu d'épaisseurs, plus récent, sera utilisé bien que l'hypothèse de régression linéaire soit contestable. D'autres mesures permettraient certainement de mieux cerner la relation existante entre les angles et les épaisseurs dans la virole du réservoir du fait du compactage.

- propriétés matériaux caractérisées sur éprouvettes ;
- modèle EF mixte.

III.4 Méthode d'optimisation M1

À cause des temps de calculs élevés engendrés naturellement par la considération d'un modèle d'endommagement, une méthode d'optimisation indirecte a été développée. Celle-ci consiste à optimiser à partir de métamodèles. Nous considérerons ainsi trois métamodèles identifiés à partir des analyses structurelles du processus original :

- le métamodèle « MASSE », relatif à la masse du réservoir ;
- le métamodèle « LOCALISATION », relatif au mode d'éclatement du réservoir : éclatement de type sain (éclatement dans la virole) ou non sain (éclatement dans les dômes) ;
- le métamodèle « PRESSION », relatif à la pression d'éclatement du réservoir, déterminée via la modélisation EF et avec prise en compte de l'endommagement composite.

Ces trois métamodèles permettent de prédire, à une précision donnée, la masse et la pression et le mode d'éclatement pour n'importe quel réservoir du domaine de recherche. Ils définissent ainsi la réponse du réservoir vis-à-vis de l'algorithme d'optimisation. Nous appellerons la démarche d'optimisation mise en place et présentée dans les lignes suivantes : « méthode d'optimisation M1 ».

Pour construire ces métamodèles, il nous faut définir les fonctions réponses de chacun d'entre eux. Pour prédire la masse du réservoir, nous utiliserons en fait l'aire projetée du composite dans le plan $\theta = 0^\circ$. Cette aire est directement calculée par le modèle d'enroulement si bien que sa précision est meilleure comparée à la masse retournée par le modèle EF (discrétisation EF). La masse volumique étant la même pour tout le matériau composite, optimiser sur cette aire revient à optimiser sur la masse du réservoir. De plus, dans le cas du modèle mixte l'évaluation de la masse par les éléments de type coque n'est pas immédiate. Pour le mode d'éclatement, plusieurs fonctions réponses ont été testées, dont une identification à partir des déplacements axiaux et radiaux, mais finalement notre choix s'est porté sur la différence logarithmique des critères Hashin en mode fibre entre la virole et les dômes. Les critères sont pris à leur valeur maximale au moment de l'éclatement du réservoir. Le choix du critère logarithmique tend à améliorer la précision du métamodèle en supprimant certaines interactions entre facteurs. En effet,

Chapitre III : Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV

si on fait l'analogie en électricité avec la relation $U = RI$ et que l'on essaie de prédire la tension électrique U , il vaut mieux essayer de prédire le logarithme de la tension car, dans ce cas, l'interaction entre les facteurs résistance R et intensité I disparaît : $\log(U) = \log(R) + \log(I)$. Ainsi, la réponse du métamodèle « LOCALISATION » est définie au moment de l'éclatement par :

$$\begin{aligned} Loc &= \log(Cr_{f_max_virole}^+) - \log(Cr_{f_max_dômes}^+) \\ &= \log\left(\frac{Cr_{f_max_virole}^+}{Cr_{f_max_dômes}^+}\right) \end{aligned} \quad (\text{III-1})$$

Ce critère tient donc compte des contraintes locales pouvant apparaître dans les dômes et ne conduisant pas forcément à la rupture du réservoir après endommagement des plis des éléments concernés. Le mode de rupture du réservoir est prédit en fonction du signe de la fonction réponse « LOCALISATION » :

- $Loc \geq 0$: mode d'éclatement sain (éclatement en virole) ;
- $Loc < 0$: mode d'éclatement non sain (éclatement dans les dômes : risque d'éjection des embases).

L'éclatement du réservoir est défini comme étant le moment où le réservoir présente une divergence dans ces déplacements radiaux ou axiaux. La pression d'éclatement est donc définie par la valeur de l'incrément de charge au pas précédent la divergence des déplacements radiaux ou axiaux.

Ces fonctions réponses permettent de définir notre problème d'optimisation mono-objectif sous double contraintes :

- objectif : minimisation de l'aire projetée (métamodèle « MASSE ») ;
- contrainte A : les solutions optimales devront avoir un mode d'éclatement sain (métamodèle « LOCALISATION ») ;
- contrainte B : la pression d'éclatement du réservoir visée devra être supérieure ou égale à celle spécifiée dans le cahier des charges (métamodèle « PRESSION »). Dans le cas, où l'on cherche à optimiser à iso-performance par rapport à une configuration de réservoir de référence, la pression d'éclatement visée est la pression d'éclatement du réservoir de référence.

Les fonctions réponses étant définies, nous devons construire les métamodèles. Nous utiliserons pour cela les méthodes des plans d'expériences (plan IV-optimal) et éventuellement de métamodélisation par krigeage. Les identifications des métamodèles passent

par la réalisation des analyses structurelles demandées par le plan d'expériences et éventuellement par le plan complémentaire. Le choix de ces méthodes est lié aux possibilités d'estimation de la variance d'estimation ou de prédiction pouvant se révéler utile pour construire le plan complémentaire ou pour effectuer d'éventuelles analyses de la robustesse sur les variables de décision (paramètres incertains de type A). Par ailleurs, un des intérêts de la méthode des plans d'expériences dans cette démarche d'optimisation est l'obtention du maximum d'informations sur le processus original tout en minimisant le nombre d'analyses structurelles à effectuer. Cela permet de contenir les coûts de l'optimisation et fait partie de nos objectifs. Pour plus de précisions sur la construction des métamodèles, le lecteur pourra consulter l'annexe D, page 192.

De part la substitution du processus original par les métamodèles dans le processus d'optimisation, nous devons nous assurer que ceux-ci reflètent bien le comportement du processus original pour les trois fonctions réponses observées. Pour cela les métamodèles devront être qualifiés en termes de précision et de stabilité, nous utiliserons pour cela l'outil de validation croisée. Pour plus de précisions sur la validation des métamodèles, le lecteur pourra consulter l'annexe E, page 192. Suivant les cas, l'identification des métamodèles pourra être améliorée en faisant appel à un plan d'échantillonnage complémentaire du domaine de recherche et à la méthode de métamodélisation par krigeage. De ce point de vue, le métamodèle « **PRESSION** » est le métamodèle posant le plus de soucis en termes de précision (figure III.7). En effet, l'évaluation de la pression d'éclatement est sujette à deux modes distincts correspondant aux modes d'éclatement. On comprendra en effet que deux structurations composites différentes puissent mener à des pressions d'éclatement identiques mais à des modes d'éclatement différents.

Plusieurs types de métamodèles ont été testés pour améliorer le métamodèle « **PRESSION** » :

- Métamodèles à tendance pure :
 - **PRESSION₁** : modèle polynomial à interactions d'ordre 1 ;
- Métamodèles mixtes :
 - **PRESSION₂** : modèle polynomial à interactions d'ordre 1 avec corrélation résiduelle ;
 - **PRESSION₃** : modèle polynomial sans interaction avec corrélation résiduelle ;
 - **PRESSION₄** : modèle polynomial sans interaction avec corrélation résiduelle et voisinage glissant ;
- Métamodèles à corrélation pure :

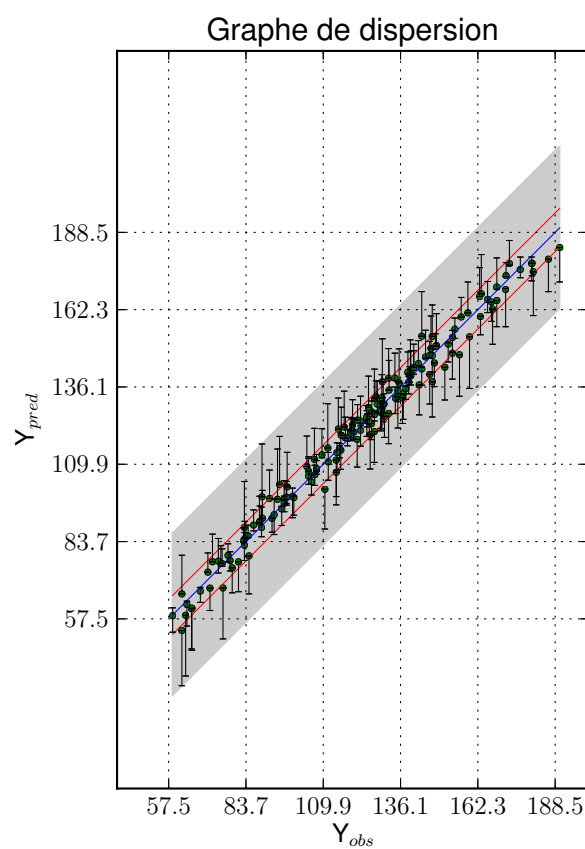


Figure III.7 – Graphe de dispersion du métamodèles « PRESSION » : les valeurs prédites par le métamodèle sont présentées en fonction des valeurs observées de la réponse (pression). La précision du métamodèle n'est pas satisfaisante à la vue des bornes d'incertitudes (annexe E, page 214).

III.4 Méthode d'optimisation M1

Métamodèles	PRESSION₁	PRESSION₂	PRESSION₃	PRESSION₄	PRESSION₅	PRESSION₆
Type de métamodèles	P.I.	P.I. +K.S.	P. + K.S.	P. + K.S. +V.G.	K.O.	K.O. + V.G.
Nombre d'A.S. pour l'identification	150.	3000	3000	3000	3000	3000
Somme des résidus en valeur absolue	980	799	479	456	792	303

Tableau III.3 – Comparaison des métamodèles « PRESSION » sur un jeu de validation, les modèles de krigeage ont été construits à partir d'un plan complémentaire composé de 500 analyses structurales (A.S.) supplémentaires d'un sous-domaine du domaine de recherche ; P.I. (Polynomial avec Interactions, P. (Polynomial sans interaction), K.S. (Krigeage Simple), K.O. (Krigeage Ordinaire), V.G. (Voisinage glissant).

- **PRESSION₅** : corrélation globale ;
- **PRESSION₆** : corrélation globale et voisinage glissant.

Parmi, tous les métamodèles construits (tableau III.4), nous constatons que les meilleurs résultats sont obtenus avec le métamodèle par krigeage ordinaire avec voisinage glissant. Toutefois, le métamodèle construit à partir d'un modèle polynomial sans interaction et avec krigeage résiduel à voisinage glissant est à préférer lorsque l'échantillonnage complémentaire n'est pas parfait car la tendance polynomiale est toujours présente dans les zones peu ou pas échantillonnées.

Dès lors que la méthode de métamodélisation par krigeage intervient, il nous faut définir un plan d'échantillonnage complémentaire (le plan d'expériences initial étant trop dilué dans le domaine de recherche). Nous avons mené différents essais (plans « minimax »² notamment) pour compléter le plan initial. Il a été constaté qu'un plan construit à partir des principaux niveaux des facteurs et non pas à partir de combinaisons des niveaux de facteurs produisait de meilleurs résultats pour prédire la pression pour n'importe quelle combinaison des niveaux. Ainsi, pour chaque séquence d'angles, nous définissons le plan complémentaire par 18 essais portant sur les plis : tableau III.4. Avec l'échantillonnage des angles, on atteint aisément 3000 analyses structurales supplémentaires à effectuer pour construire le modèle de corrélation par krigeage.

L'amélioration de l'identification du métamodèle est dans notre cas jugée trop coûteuse (3000 analyses structurales supplémentaires au minimum pour assurer la structure de corrélation sur tout le domaine de recherche) par rapport aux temps de calcul unitaire des analyses structurales avec endommagement (2h par calcul). C'est la raison pour laquelle

2. Un plan « minimax » est un plan qui minimise la distance maximale entre les points (annexe D).

Essai	nh_1	nh_2	nh_3	nh_4	nh_5	nci_1	nci_2	nci_3	nci_4	nce
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	4
2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	8
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	12
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12
7	2	2	2	2	2	0	0	0	0	4
8	2	2	2	2	2	0	0	0	0	8
9	2	2	2	2	2	0	0	0	0	12
10	2	2	2	2	2	1	1	1	1	4
11	2	2	2	2	2	1	1	1	1	8
12	2	2	2	2	2	1	1	1	1	12
13	3	3	3	3	3	0	0	0	0	4
14	3	3	3	3	3	0	0	0	0	8
15	3	3	3	3	3	0	0	0	0	12
16	3	3	3	3	3	1	1	1	1	4
17	3	3	3	3	3	1	1	1	1	8
18	3	3	3	3	3	1	1	1	1	12

Tableau III.4 – Plan complémentaire pour le krigeage, constitué de 18 essais pour chaque séquence d'angles.

la « méthode d'optimisation M2 » a été développée. Celle-ci est présentée dans la section suivante. Toutefois, comme nous le verrons, la « méthode d'optimisation M1 » présente certains avantages par rapport à la « méthode d'optimisation M2 » :

- il s'agit d'une méthode d'optimisation plus naturelle que la « méthode M2 » car l'optimisation est traitée à partir des trois métamodèles identifiés ;
- elle permet l'utilisation des méthodes de recherche des optima locaux (niching et inbreeding) via l'algorithme génétique ;
- les temps d'optimisation intrinsèques étant très courts (quelques minutes), l'étude des paramètres de l'algorithme génétique est simplifiée. La recherche des optima peut donc être améliorée.

Dans le cas, où les éventuelles améliorations des identifications peuvent être réalisées et que la précision et la stabilité des métamodèles sont jugées satisfaisantes, l'algorithme d'optimisation intervient. Afin d'améliorer les performances, nous avons pour cela développé un algorithme génétique dont les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation ont été adaptés aux spécificités de l'étude. Plus de précisions, sur l'algorithme d'optimisation développé sont présentées en annexe F, page 225.

Finalement, la « méthode d'optimisation M1 » peut être résumée par l'algorithme présenté en figure III.8. Elle se caractérise par un bouclage itératif pour améliorer à la fois les identifications générales des métamodèles et dans les zones d'intérêt, une fois celles-ci repérées par les techniques de recherche des optima locaux de l'algorithme génétique. Ce processus peut être à l'origine d'analyses structurelles supplémentaires à rajouter aux 3000 analyses structurelles nécessaires. Notons que la solution optimale finale devra toujours être validée a posteriori par éléments finis pour s'assurer de la validité de la solution. Celle-ci pourra faire l'objet d'analyses complémentaires en thermique, en fatigue et face aux incertitudes.

III.5 Méthode d'optimisation M2

Face aux temps de calcul importants dus à la prise en compte de l'endommagement, aux difficultés de l'identification du métamodèle « PRESSION » et à la volonté de réduire les coûts de l'optimisation pour les bureaux d'études, une deuxième méthode d'optimisation, dite M2, a été mise en place. Celle-ci utilise les mêmes fondements que la « méthode d'optimisation M1 » :

- métamodèles ;

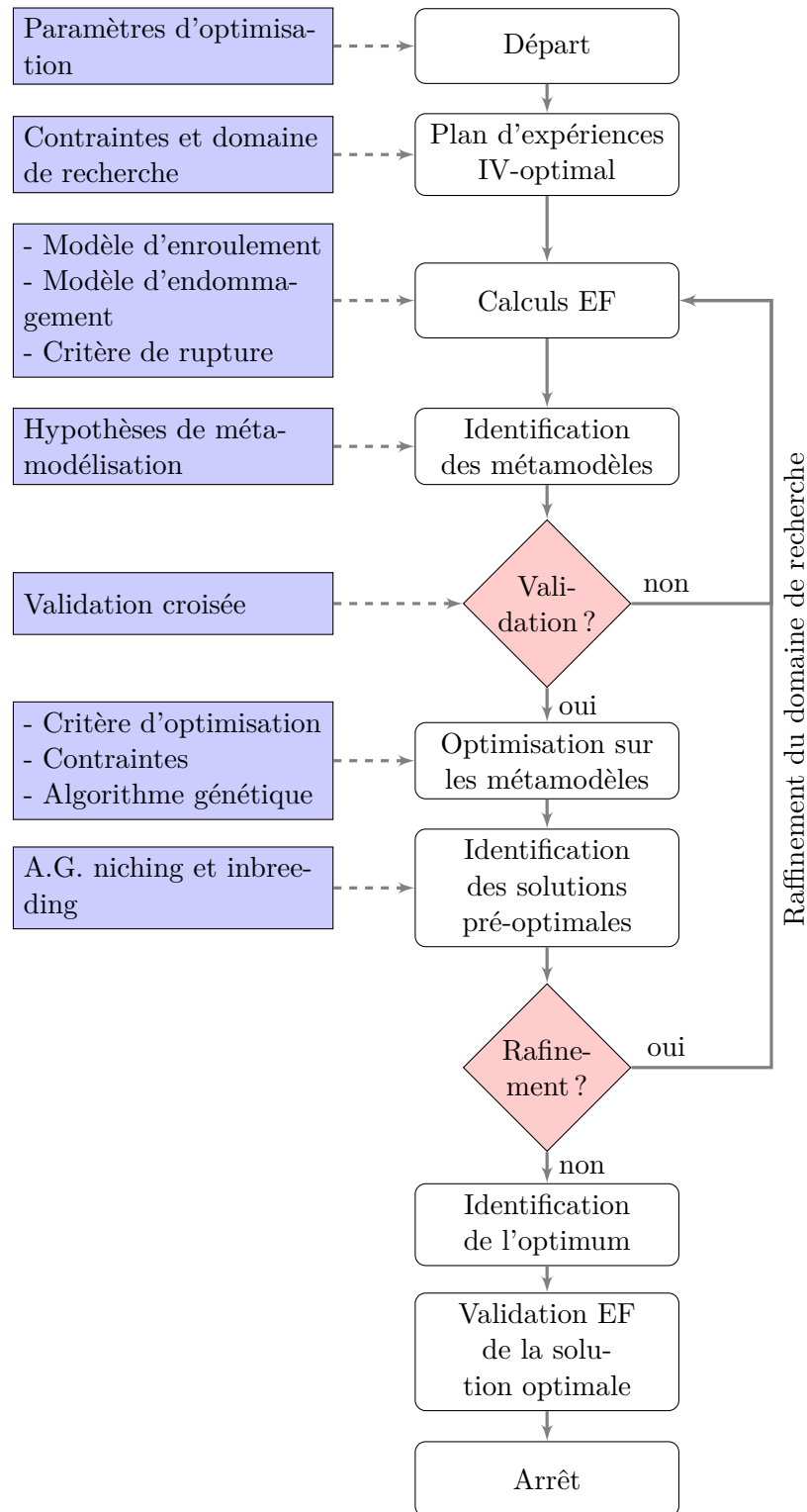


Figure III.8 – Algorithme général d'optimisation par la méthode M1.

- validation croisée ;
- algorithme génétique.

Toutefois, elle diffère par :

- l'absence du métamodèle « PRESSION » dans le processus d'optimisation ;
- la combinaison des résultats issus de la validation croisée,
- l'utilisation de l'algorithme génétique ;
- l'ajout d'une procédure de tri spécifique ;
- l'ajout d'une phase de post-traitement.

Elle se caractérise par un faible nombre d'analyses structurelles (inférieur à 300 au total) permettant d'envisager son extension à une optimisation conjuguée topologique / structurelle des réservoirs. Néanmoins, nous insistons, son utilisation n'est possible que si les métamodèles « MASSE » et « LOCALISATION » sont de qualité satisfaisante à l'issue de la phase d'identification par le plan d'expériences. Dans le cas contraire, son intérêt est réduit par rapport à la « méthode M1 ».

III.5.1 Principe

La perte de l'information sur la pression d'éclatement dans le processus d'optimisation (absence du métamodèle « PRESSION » car trop coûteux à améliorer) redéfinit le problème d'optimisation par un problème d'optimisation mono-objectif sous une seule contrainte :

- objectif : minimisation de l'aire projetée (métamodèle « MASSE ») ;
- contrainte : les solutions optimales devront avoir un mode d'éclatement sain (métamodèle « LOCALISATION »).

Ainsi optimiser le réservoir sans la contrainte sur la pression d'éclatement conduit naturellement à la solution de masse minimale dans le domaine de recherche satisfaisant un mode d'éclatement sain. Cette solution se caractérise par le nombre minimal de plis possibles du domaine de recherche et par une séquence d'angles permettant d'éclater dans la virole. Bien entendu, de part le faible nombre de plis, cette solution est généralement incapable a posteriori de satisfaire la pression d'éclatement cible souhaitée. Pour pouvoir correctement optimiser le réservoir et respecter la contrainte manquante sur la pression d'éclatement dans le processus d'optimisation, nous allons devoir compenser ce manque.

L'idée fondamentale de la nouvelle démarche d'optimisation que nous avons mise en place réside dans l'utilisation de l'algorithme d'optimisation.

Dans cette nouvelle approche, nous allons lister l'ensemble des combinaisons de plis du domaine de recherche et optimiser uniquement la séquence d'angles pour toutes les combinaisons de plis. Ainsi, l'algorithme d'optimisation ne travaille plus en dimension 15 mais en dimension 5. Dans notre cas, l'ensemble des combinaisons de plis est au nombre de 19440. Nous allons donc lancer l'algorithme d'optimisation 19440 fois et optimiser les angles pour chacune des possibilités ou combinaisons de plis. Un optimum, quand il existe³, représente donc la solution minimisant la masse et respectant un mode d'éclatement sain pour la combinaison de plis testée. Dans ce processus d'optimisation, via la validation croisée, nous utiliserons la borne haute de l'incertitude du métamodèle « LOCALISATION » afin de garantir à 95% de confiance le mode d'éclatement sain des optima. Nous verrons que cet aspect est très important pour la suite de la démarche d'optimisation.

Afin de mieux comprendre notre choix d'optimiser uniquement sur la séquence d'angles et non pas la séquence de plis, prenons l'exemple où l'on cherche à optimiser la séquence de plis pour une séquence fixe d'angles. Nous obtiendrions, sous réserve que la séquence d'angles choisie permette d'obtenir des solutions à éclatement sain, la combinaison de plis (combinaison de référence) permettant de minimiser la masse et de respecter le mode de rupture sain. Or pour cette combinaison de plis, il se trouve que la séquence d'angles optimale n'est pas la séquence d'angles choisie mais celle que l'on aurait obtenue si on avait fait l'optimisation sur les angles pour la combinaison de plis précédemment trouvée (combinaison de référence). Ainsi, on remarque que l'optimisation sur la séquence de plis est incluse dans l'optimisation sur la séquence d'angles à condition d'optimiser pour toutes les combinaisons de plis.

Par ailleurs, on remarquera qu'à configuration fixe de plis et sous la garantie du respect d'un mode d'éclatement de type sain (ce qui est le cas en prenant la borne haute d'incertitude du métamodèle « PRESSION » comme sécurité dans l'algorithme d'optimisation), l'optimum trouvé est la solution minimisant la masse tout en respectant le mode d'éclatement en virole mais également celle qui maximise la pression d'éclatement. En effet, dans le cas d'un éclatement sain, la pression d'éclatement est pilotée par le comportement mécanique en virole c.-à-d. par le nombre de plis circonférentiels et par la reprise

3. Pour certaines combinaisons de plis, l'algorithme d'optimisation est incapable de trouver une solution respectant un mode d'éclatement sain. C'est le cas des combinaisons fortement renforcées en plis circonférentiels et appauvries en plis hélicoïdaux où quelque soit les angles des plis hélicoïdaux il est impossible d'obtenir un éclatement de type sain.

radiale des efforts par les plis hélicoïdaux. Ainsi s'écarter de la solution optimale en modifiant les angles impose (i) de diminuer les valeurs de ces angles (les augmenter conduirait à un éclatement non-sain de part le moins bon recouvrement des dômes), (ii) donc de diminuer la reprise radiale des efforts dans la virole (des plis avec des angles proches des 20° reprennent moins bien les efforts radiaux dans la virole que des plis avec des angles proches des 60°), et (iii) de diminuer la pression d'éclatement. L'exemple présenté en tableau III.5 illustre ces propos.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	nh_1	nh_2	nh_3	nh_4	nh_5	nci_1	nci_2	nci_3	nci_4	nce	P_{rupt}^{EF} (MPa)	Loc^{EF}	$Aire_{projetée}$ (mm^2)
Séquence d'angles optimale pour la combinaison de plis	20	20	20	44	44	1	2	2	1	3	1	1	1	0	10	160,2	0,06	2787
Séquence d'angles alternative 1	20	20	20	30	44	1	2	2	1	3	1	1	1	0	10	156	0,11	2842
Séquence d'angles alternative 2	20	20	20	30	30	1	2	2	1	3	1	1	1	0	10	143,2	0,3	2997
Séquence d'angles alternative 3	20	20	20	20	20	1	2	2	1	3	1	1	1	0	10	137	0,37	3068

Tableau III.5 – Impact de la diminution des valeurs des angles d'enroulement des plis hélicoïdaux sur la masse, la pression d'éclatement et la sécurité vis-à-vis du mode d'éclatement. Pour la séquence de plis présentée, la séquence d'angles optimale ainsi que trois séquences d'angles alternatives sont présentées. On remarquera que la diminution des valeurs des angles d'enroulement conduit à l'augmentation de la masse et de la sécurité à l'éclatement mais surtout à la diminution de la pression d'éclatement. Plus la valeur de la fonction Loc est élevée, meilleure est la sécurité à l'éclatement. Les angles sont donnés en degré.

L'algorithme génétique étant une méthode d'optimisation stochastique, il convient d'effectuer plusieurs tirages ($Nb_{tirages}$) par combinaison de plis pour s'assurer de la convergence de l'algorithme vers la solution optimale. À chaque tirage, les populations initiales⁴ et les cheminements de l'optimisation (probabilités des opérateurs) seront en effet différents. De part l'utilisation de l'algorithme génétique, tous les points du domaine de recherche peuvent être atteints et testés par l'algorithme. La solution optimale sera choisie parmi l'ensemble des individus de toutes les populations finales⁵ à l'issue des tirages.

À l'issue de la campagne d'optimisation comprenant $19440 \times Nb_{tirages}$ optimisations par algorithme génétique, les optima trouvés peuvent être représentés sous forme d'histogrammes pour chacun des angles (figure III.9) et classés selon l'aire projetée (figure III.10). Nous pouvons constater que les angles des premières couches hélicoïdales se situent dans l'intervalle $[20^\circ, 30^\circ]$ pour la majorité des optima. Au contraire, pour les dernières couches, les angles d'enroulement sont plus répartis avec toutefois un pic important pour la dernière couche à 60° . La répartition des angles s'explique par la nécessité de reprendre les efforts axiaux (à l'origine des valeurs faibles des angles des premières couches) et les efforts radiaux (à l'origine des valeurs plus élevées des angles des dernières couches).

L'influence du nombre de tirages sur les résultats est présentée en figure III.11. De même, l'influence du nombre de générations et de la taille de la population considérée dans le processus d'optimisation est présentée en figure III.12. On constate que ces paramètres ont peu d'influence sur les résultats, confortant la convergence de l'algorithme d'optimisation pour l'ensemble des combinaisons de plis testées.

III.5.2 Traitement spécifique

Une fois le processus d'optimisation terminé, une démarche de tri doit être mise en place pour repérer, parmi tous les optima, celui qui permet de respecter la pression d'éclatement visée et qui possède la masse minimale. Cette démarche de tri comporte plusieurs phases :

1. suppression des combinaisons de plis pour lesquelles aucun optimum n'a été trouvé ;
2. utilisation des bornes d'incertitudes des métamodèles pour supprimer les optima hors des zones d'intérêt ;

4. La population initiale est la population d'individus à la première génération. Celle-ci est générée de manière aléatoire mais avec certaines règles de manière à répartir uniformément les individus dans le domaine de recherche.

5. La population finale est la population d'individus à la dernière génération.

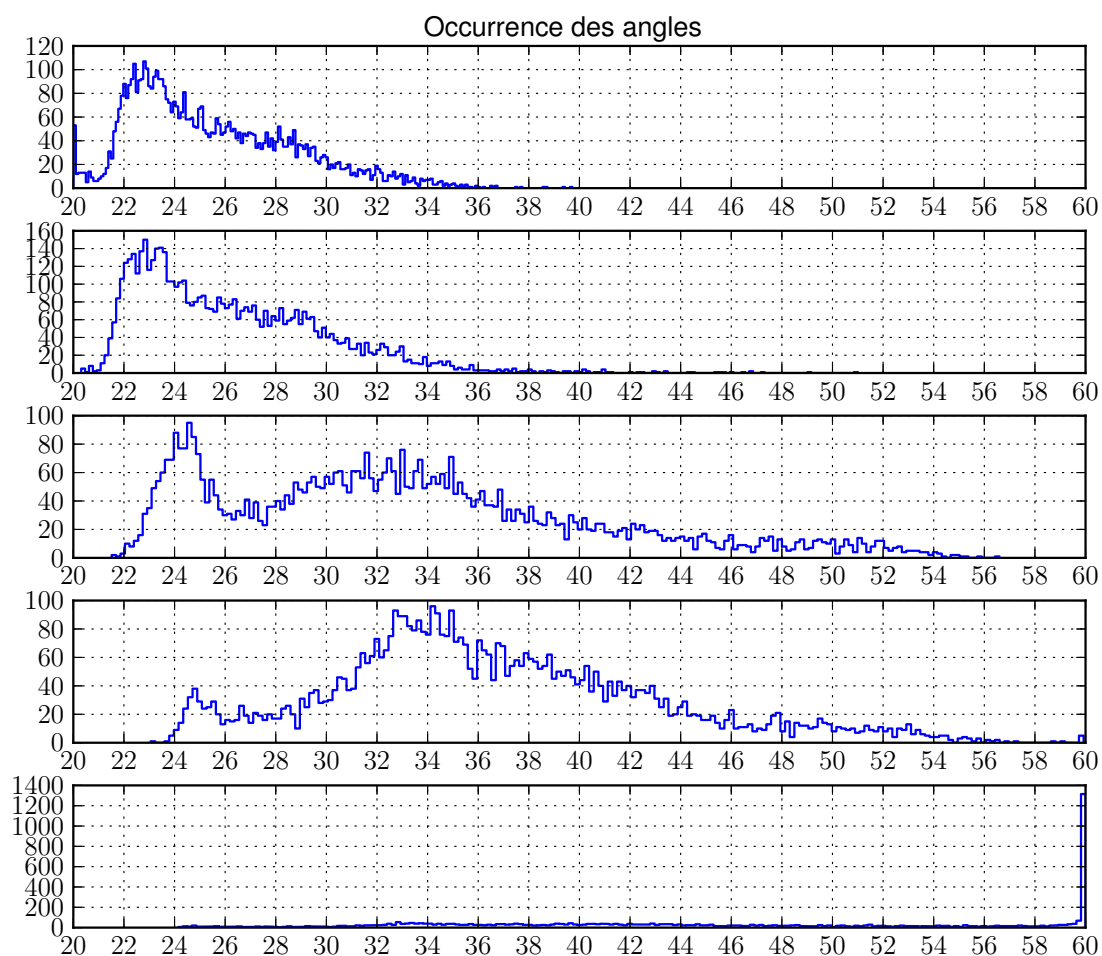


Figure III.9 – Histogrammes de la répartition des angles sur l'ensemble des optima trouvés par la méthode M2 avec prise en compte de l'endommagement ; chaque histogramme correspond aux angles trouvés parmi la couche hélicoïdale. L'histogramme du haut correspond à la première couche (α_1), celui du bas à la dernière couche (α_5).

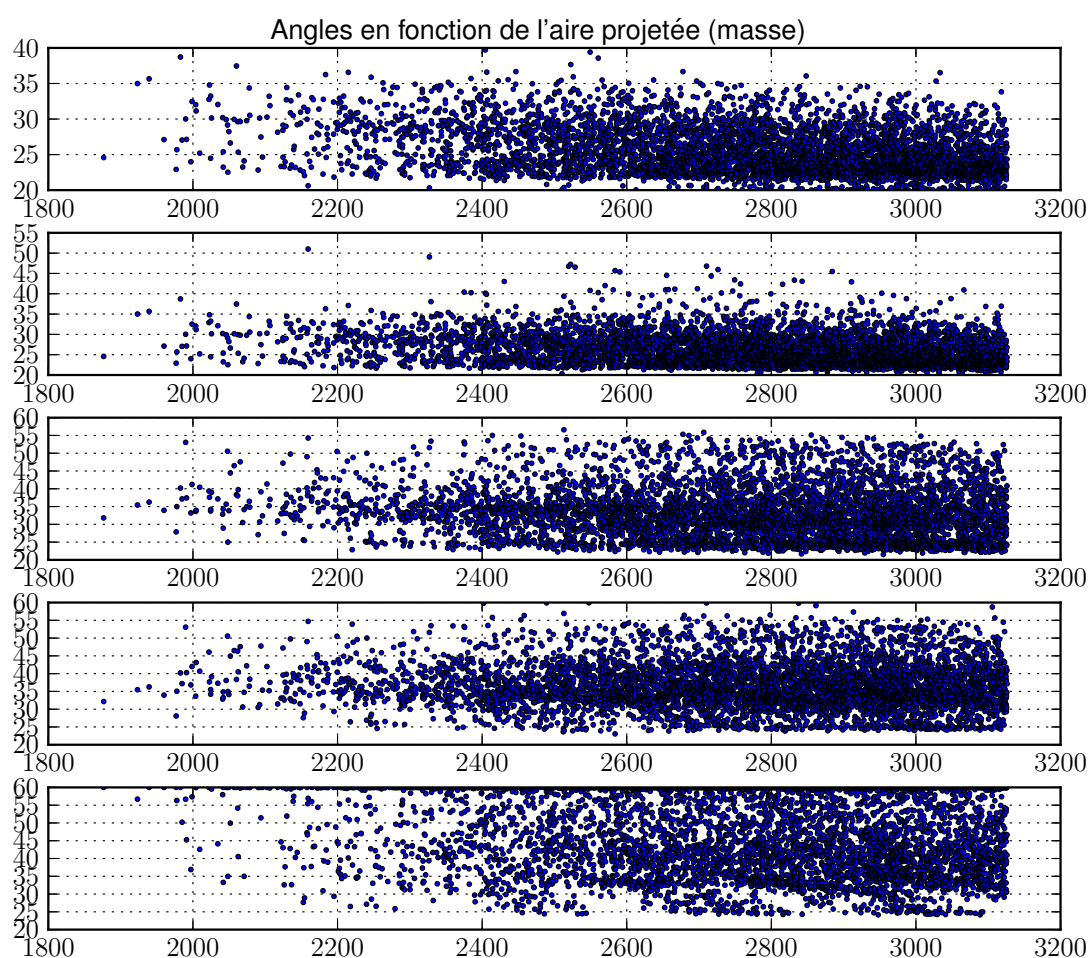
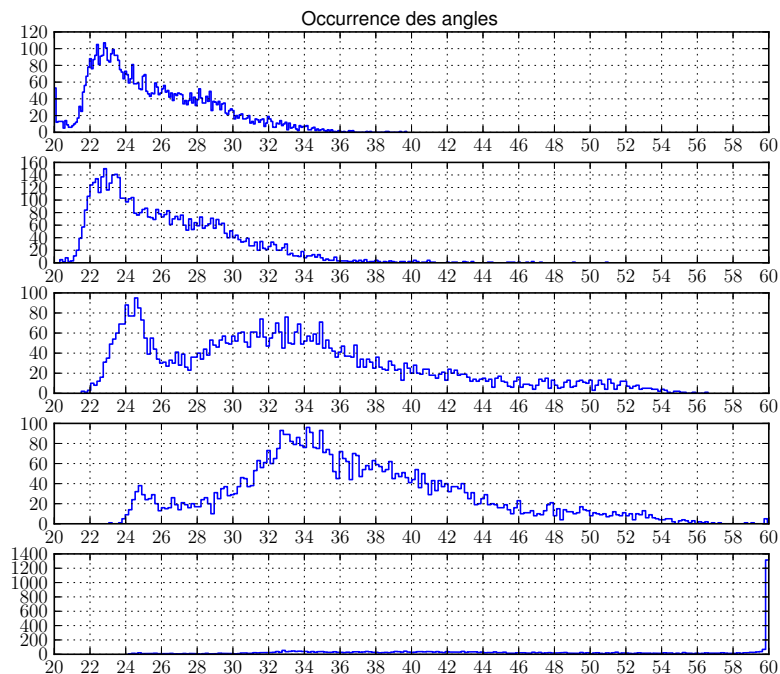
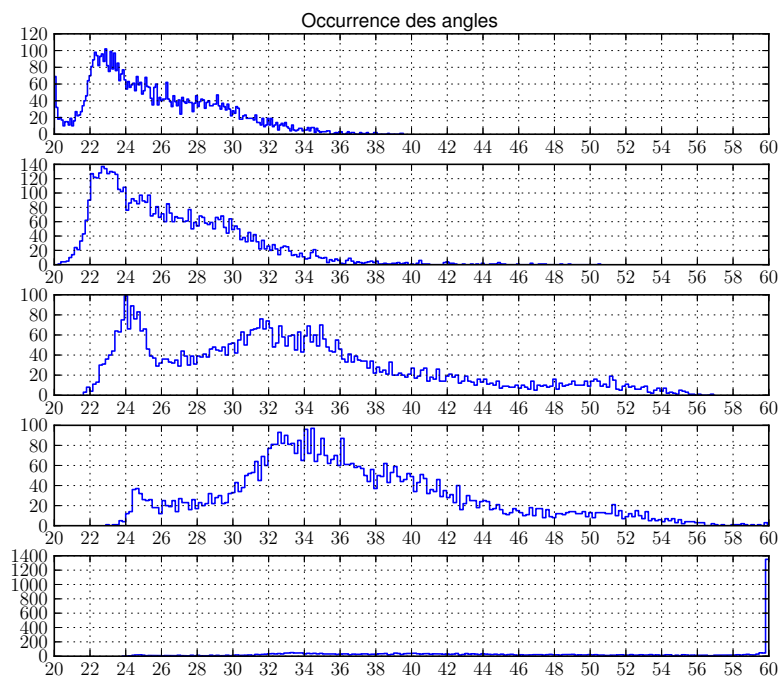


Figure III.10 – Répartition des angles en fonction de l'aire projetée (masse) pour l'ensemble des optima trouvés par la méthode M2 avec prise en compte de l'endommagement ; chaque nuage de points correspond aux angles trouvés parmi la couche hélicoïdale. Le nuage de points du haut correspond à la première couche (α_1), celui du bas à la dernière couche (α_5).

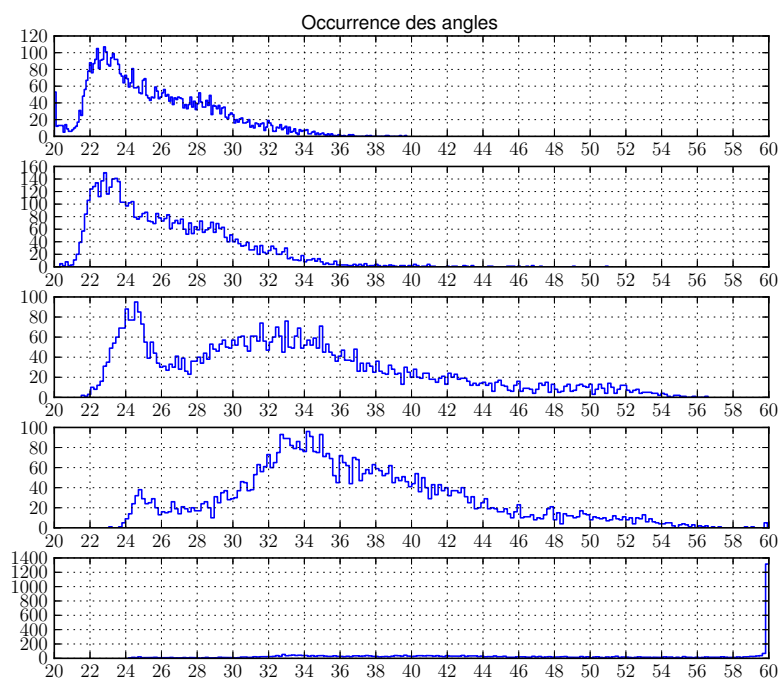


(a) 5 tirages, 300 individus, 400 générations

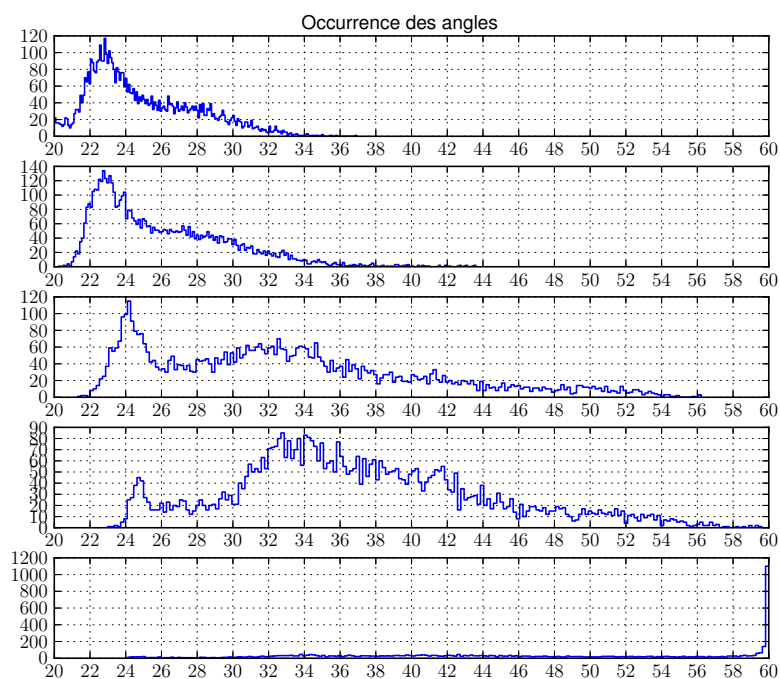


(b) 10 tirages, 300 individus, 400 générations

Figure III.11 – Influence du nombre de tirages sur la répartition des angles.



(a) 5 tirages, 300 individus, 400 générations



(b) 5 tirages, 150 individus, 200 générations

Figure III.12 – Influence de la taille de la population et du nombre de générations sur la répartition des angles.

3. regroupement des optima par famille d'angles (séquence) ;
4. double tri des optima pour chaque famille selon la masse et le nombre total de plis circonférentiels ;
5. repérage des optima pertinents ;
6. simulation par EF des optima pertinents ;
7. repérage de l'optimum ultime.

La validation croisée permet d'identifier les bornes d'incertitudes quant à la précision des métamodèles. En prenant en compte ces incertitudes, il est possible d'identifier, dans l'espace des réponses, des zones d'intérêt. Ainsi, si l'on dispose d'une solution nominale, il est naturel de supprimer les optima dont la masse est supérieure, compte tenu de l'incertitude, à celle de la solution nominale. De même, on supprimera les optima dont la pression d'éclatement est inférieure, compte tenu de l'incertitude, à la pression d'éclatement visée. Cela impose, même s'il n'est pas utilisé lors du processus d'optimisation, d'identifier le métamodèle « PRESSION » à partir du plan d'expériences initial. Si celui-ci est stable et malgré la forte incertitude associée à ses prédictions, il permet tout de même d'écarter des optima. Par exemple, si la pression minimale visée est de 160 MPa et que le métamodèle possède une incertitude à 95% de ± 30 MPa, on supprimera tous les optima dont la pression d'éclatement prédite par le métamodèle est inférieure à 130 MPa. L'utilisation du métamodèle « PRESSION » est donc indirecte dans cette démarche d'optimisation. La figure III.13 présente les zones d'intérêt dans l'espace des réponses.

La suppression des combinaisons de plis pour lesquelles aucun optimum n'a été trouvé et des optima hors zones d'intérêt permet de passer de 19440 combinaisons à environ 6000 optima.

Les optima restants sont ensuite regroupés par famille d'angles. Dans cette phase de tri, les séquences des angles de tous les optima sont comparées. Moyennant l'utilisation d'un voisinage à $\pm 3^\circ$ pour chaque angle, les optima sont regroupés par famille. Chaque famille est donc caractérisée par des angles similaires pour tous les optima de la famille. Environ 150 à 200 familles d'angles sont ainsi créées à l'issue de cette phase de tri. Pour chacune de ces familles, une deuxième phase de tri est appliquée. Celle-ci consiste dans un premier temps à trier par ordre croissant les optima suivant la masse prédite par le métamodèle « MASSE » puis dans un second temps à les retrier par ordre croissant selon le nombre total de plis circonférentiels. Cela permet de créer des sous-familles où les optima présents auront tous le même nombre de plis circonférentiels et des séquences d'angles similaires. Dans ces sous-familles, les optima seront classés par ordre croissant suivant

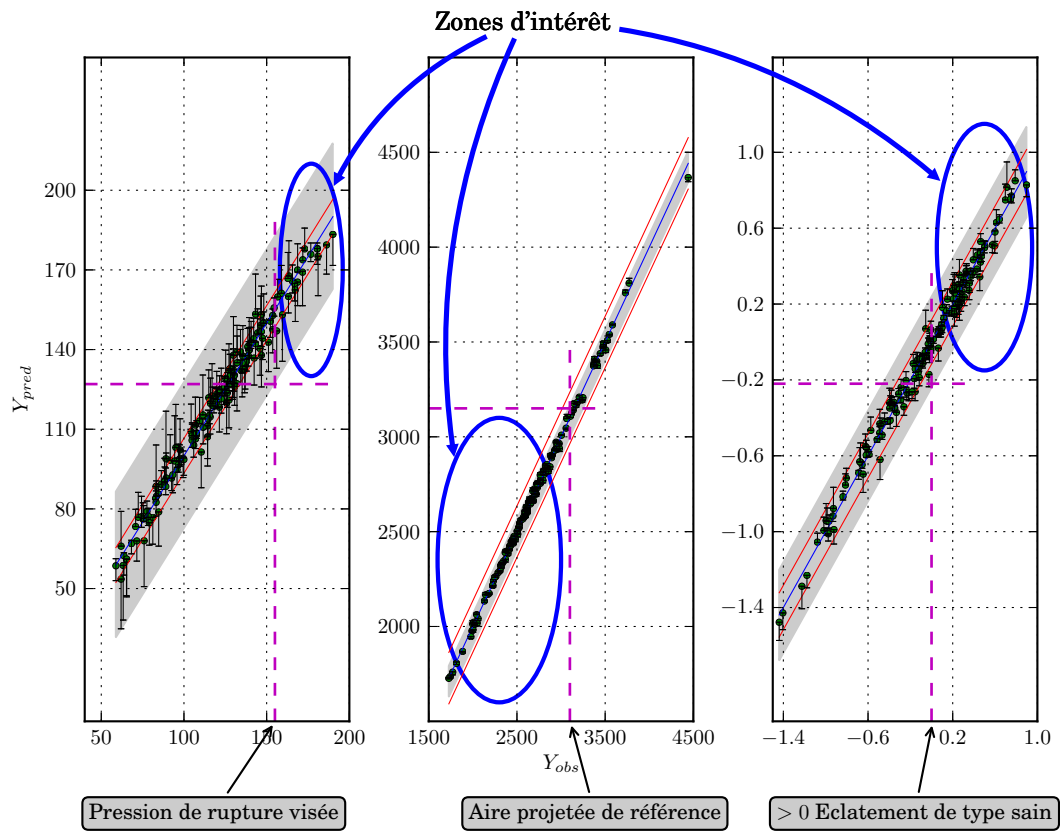


Figure III.13 – Zones d'intérêt à l'issue de la validation croisée.

Chapitre III : Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV

la masse prédite. La dernière phase de tri consiste par famille et sous-familles à repérer uniquement les optima de masse minimale. Le fondement de cette phase de tri réside dans le pilotage, parmi des optima présentant quasiment les mêmes angles et le même nombre de plis circonférentiels, de la pression d'éclatement par majoritairement le nombre de plis circonférentiels. En effet, de part la garantie de l'éclatement sain, l'augmentation du nombre de plis hélicoïdaux a peu d'influence sur la pression d'éclatement mais en revanche beaucoup sur la masse. Ainsi, il est préférable de conserver uniquement la séquence de plis hélicoïdaux minimisant la masse parmi toutes celles présentes à l'intérieur d'une sous-famille. Le tableau III.6 illustre le faible impact de l'augmentation du nombre de plis hélicoïdaux sur la pression d'éclatement lorsqu'un éclatement de type sain est assuré et que les solutions comparées ont toutes les mêmes angles et le même nombre de plis circonférentiels. Le tableau III.7 illustre le repérage des optima à conserver.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	nh_1	nh_2	nh_3	nh_4	nh_5	nci_1	nci_2	nci_3	nci_4	nce	P_{rupt}^{EF} (MPa)	Loc^{EF}	$Aire_{projetée}$ (mm^2)
Solution optimale	28	36	36	44	44	2	2	2	3	2	1	0	1	0	6	121,5	0,21	2753
Séquence de plis hélicoïdaux alternative 1	28	36	36	44	44	2	3	2	3	2	1	0	1	0	6	121,9	0,27	2956
Séquence de plis hélicoïdaux alternative 2	28	36	36	44	44	2	3	3	3	2	1	0	1	0	6	123,3	0,3	3159

Tableau III.6 – Exemple de l'impact de l'augmentation du nombre de plis hélicoïdaux sur la pression d'éclatement. Pour des solutions à éclatement de type sain, la pression d'éclatement est peu impactée par l'augmentation du nombre de plis hélicoïdaux si celles-ci présentent les mêmes angles et le même nombre de plis circonférentiels. En revanche, la sécurité à l'éclatement et la masse sont fortement augmentées car cela renforce avant tout les dômes. La diminution du nombre de plis hélicoïdaux n'est pas envisageable car modifierait le mode d'éclatement. Les angles sont donnés en degré.

Optima	$Aire_{projetée} (mm^2)$	$Nb_{circonf_total}$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	nh_1	nh_2	nh_3	nh_4	nh_5	nci_1	nci_2	nci_3	nci_4	nce
1 (à conserver)	2720,4	11	24,4	24,4	25,1	29	59,9	2	1	2	2	1	1	1	0	1	8
2	2745,2	11	24,3	24,4	25,2	26,7	59,8	2	1	3	1	1	1	1	0	1	8
3	2820,3	11	22,4	22,4	28,5	30,5	59,9	3	2	2	1	1	1	1	0	1	8
4 (à conserver)	2799,9	12	23,1	23,1	24,9	29	59,8	1	2	3	2	1	0	1	0	1	10
5	2806	12	24,3	24,4	24,9	25,2	59,9	2	1	3	2	1	0	1	0	1	10
6	2815,5	12	23,1	23,2	24,9	30,5	59,6	2	2	3	1	1	0	1	0	1	10
7	2817,6	12	21,8	21,8	27,5	28,2	59,9	3	1	2	2	1	0	1	0	1	10
8	2903,1	12	22,2	22,2	25,4	27,8	59,8	3	2	3	1	1	0	1	0	1	10
9 (à conserver)	2870,7	13	22,6	22,6	25,6	28,8	59,9	3	1	2	2	1	1	1	0	1	10
10	2882,6	13	22,8	22,8	25,4	26,5	59,9	3	1	3	1	1	1	1	0	1	10

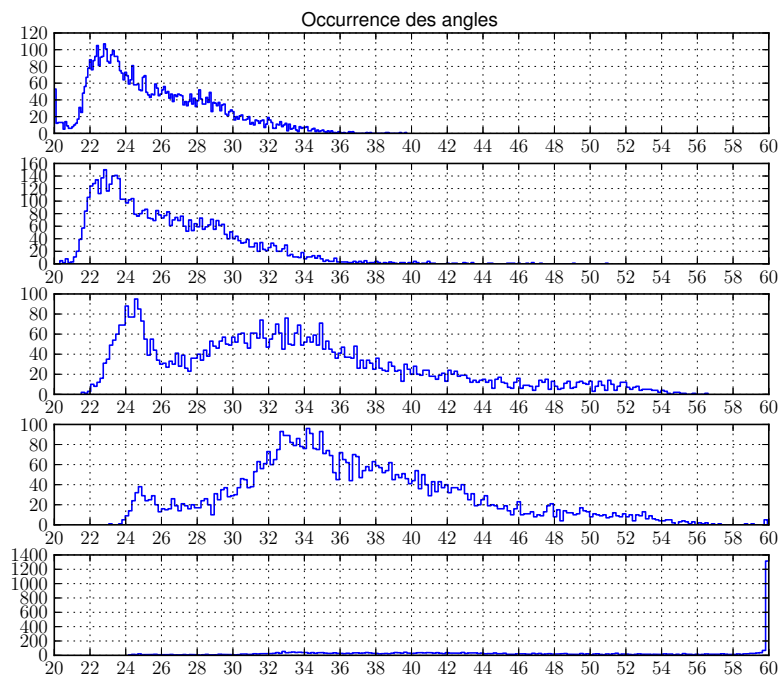
Tableau III.7 – Phase de tri : repérage des optima à conserver parmi une famille d'angles. Les optima retenus sont tous les optima de masse minimale (aire projetée) parmi les optima possédant le même nombre de plis circonférentiels total. Les angles sont donnés en degré.

Les optima retenus sont ensuite testés par le modèle haute fidélité (modélisation EF du réservoir) pour évaluer leur pression d'éclatement ou de rupture. L'optimum ultime sera enfin trouvé par (i) élimination des optima ne satisfaisant pas la pression d'éclatement à l'issue des résultats de la campagne d'essais EF et (ii) par recherche parmi les optima restants de celui qui minimise la masse. Le nombre d'optima à tester dans cette phase de post-traitement peut encore être réduit si l'expérimentateur possède un ordre de grandeur du nombre de plis circonférentiels nécessaires pour satisfaire la pression d'éclatement visée. Bien sûr, ce nombre de plis variera légèrement en fonction de la séquence d'angles mais sera généralement un bon moyen de repérer les optima les plus pertinents. Si le besoin s'en fait sentir, l'expérimentateur pourra toujours revenir en arrière s'il a mal jugé le nombre de plis minimal nécessaire pour satisfaire la pression d'éclatement. De manière générale, les apports en connaissance sur le problème grâce aux plans d'expériences, permettront d'aider le décideur dans cette phase subjective du post-traitement. Dans le pire des cas, une procédure dichotomique sur le nombre total de plis circonférentiels pourra être utilisée pour automatiser complètement cette phase de post-traitement mais celle-ci conduira à un peu plus d'analyses structurelles à effectuer dans la campagne EF.

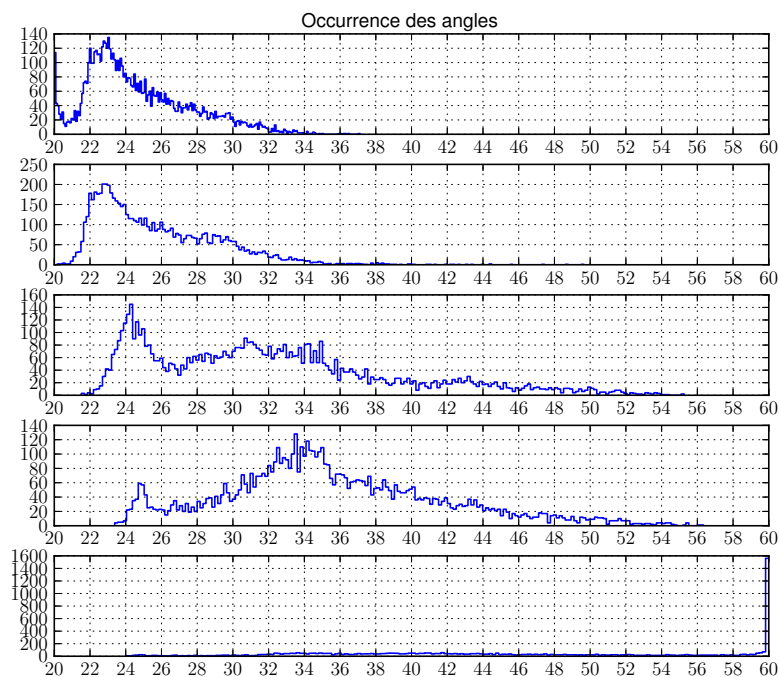
Dans le but d'identifier l'influence de la prise en compte de l'endommagement sur les solutions optimales, la méthode d'optimisation M2 a également été appliquée sur des métamodèles identifiés à partir de simulations EF effectuées sans prise en compte de l'endommagement. Dans ce cas, les analyses structurelles sont réalisées à pression de chargement fixe et la pression d'éclatement est extrapolée à partir des contraintes maximales dans le sens fibre des dômes et de la virole du réservoir.

Les résultats de la considération ou non de l'endommagement sur la distribution des angles des optima sont présentés en figure III.14. Nous pouvons constater que l'endommagement a peu d'effet sur la distribution des angles des optima trouvés par la « méthode M2 ». En fait, l'influence de l'endommagement est faible sur l'identification du métamodèle « LOCALISATION », celle-ci étant généralement comprises dans les incertitudes du métamodèle. En revanche, celle-ci est beaucoup plus importante sur la pression d'éclatement, mais de part la méthode d'optimisation, l'influence de l'endommagement ne se constate qu'à l'issue de la phase de post-traitement de l'optimisation.

L'optimisation du réservoir par la « méthode M2 » a montré que, pour le modèle EF mixte, la prise en compte de l'endommagement a peu d'impact sur les solutions optimales trouvées pour la géométrie testée. Ces résultats ont fait l'objet d'une confirmation sur un modèle EF solide avec un modèle d'endommagement de type continu par un des parte-



(a) 5 tirages, 300 individus, 400 générations, endommagement



(b) 5 tirages, 300 individus, 400 générations, pas d'endommagement

Figure III.14 – Influence de la prise en compte de l'endommagement composite sur la répartition des angles.

naires de ce projet. Un écart maximal de 8% en masse a été constaté entre les meilleures optima trouvés à l'issue des campagnes sans et avec considération de l'endommagement. Gain à relativiser par rapport aux coûts de développement et de considération de l'endommagement dans la méthode d'optimisation. Les temps de calcul intrinsèques du modèle EF du réservoir du partenaire étant nettement meilleurs, nous avons pu comparé les deux méthodes d'optimisation : « méthode M1 » et « méthode M2 ». Les résultats des campagnes d'optimisation conjointes ont montré que de nombreux optima étaient bien identifiés par les deux méthodes, ce qui tend à montrer que les méthodes d'optimisation M1 et M2 sont équivalentes. Par ailleurs, une campagne d'optimisation directe par algorithme génétique sans considération de l'endommagement a pu être menée et comparée aux campagnes d'optimisation des méthodes M1 et M2 sans endommagement. Les résultats ont montré que des gains analogues en masse pouvaient être obtenus. Enfin, a été constaté que la méthode M2 permettait d'obtenir un gain CPU de 4 au minimum par rapport à la méthode industrielle de référence (méthode d'optimisation mathématiques par descente : algorithme G.C.M (Globally Convergent Method) proposé dans le logiciel Boss Quattro, édité par la société LMS Samtech). Ce gain est fortement amélioré si les possibilités de parallélisation de la méthode M2 sont exploitées.

L'optimisation par la méthode M2 sur des analyses structurales sans prise en compte de l'endommagement a permis de renforcer notre confiance dans l'estimation des bornes d'incertitudes fournies par la validation croisée et dans l'efficacité de la procédure de tri mise en place. En effet, les temps de calcul dans ce cas étant faibles, nous avons pu tester l'ensemble des optima trouvés par la méthode avant application de la phase de tri. Ainsi, sur les 6000 optima identifiés, seulement une centaine ne respectaient pas le critère sur le mode d'éclatement à l'issue de la validation par le modèle EF. Cela conforte la bonne estimation de la borne haute d'incertitude sur le métamodèle « LOCALISATION » à l'issue de la validation croisée. De plus, les solutions retenues par la procédure de tri (c.-à-d. à tester par la simulation EF lors du post-traitement) ont pu être comparées aux meilleures solutions trouvées par optimisation directe par simple tri sur les résultats de la campagne d'essais. Sur les dix solutions optimales analysées, les résultats ont montrés que la totalité de ces solutions étaient bien identifiées par la procédure de tri et donc que la procédure de tri conduisait aux mêmes résultats que l'optimisation directe sur les 6000 optima. Dans le cas, de la prise en compte de l'endommagement, la procédure de tri spécifique au réservoir permet donc de fortement limiter le recours aux analyses structurales. Elle participe grandement, couplée à la parallélisation explicite des calculs, à la performance de la méthode d'optimisation développée dans le cadre de ce travail.

Chapitre III : Optimisation structurelle d'un réservoir de type IV

L'intégration de considérations et de connaissances sur le comportement mécanique du réservoir, nous a permis de développer une méthode d'optimisation se satisfaisant d'environ 300 analyses structurelles pour optimiser le réservoir multi-couches. Toutefois, nous insistons sur les faits, qu'il s'agit d'une méthode d'optimisation spécifique aux réservoirs à utiliser que sous validation des métamodèles « MASSE » et « LOCALISATION » à l'issue du plan d'expériences et que son utilisation n'est justifiée que dans le cadre du cahier des charges mis en place (mode de rupture sain). Dans le cas contraire, nous recommandons l'utilisation de la « méthode d'optimisation M1 » plus coûteuse numériquement mais plus générale et permettant d'identifier des optima locaux pouvant intéresser le décideur.

Enfin, nous avons pu tester expérimentalement la solution optimale trouvée à l'issue de la campagne d'optimisation par la « méthode d'optimisation M2 ». Cette optimisation a été réalisée sous l'hypothèse d'iso-performance en pression d'éclatement par rapport à un réservoir de référence. Malheureusement, le procédé de mise en œuvre ayant changé entre les essais expérimentaux du réservoir optimisé et du réservoir de référence, des différences en termes de pression d'éclatement sont constatées. Les bobines de fibres étant différentes entre les deux essais, cela s'est traduit par une modification des taux volumiques de fibres et des épaisseurs des plis dans la virole. Le modèle EF et donc les métamodèles étant identifiés sur la base des épaisseurs et des taux volumiques mesurés sur les essais expérimentaux obtenus avec l'ancien procédé, il est normal de constater des différences entre le réservoir optimal bobiné avec le nouveau procédé et les réservoirs expérimentaux de référence bobinés sur la base de l'ancien procédé. Pour pouvoir pleinement comparer, il serait souhaitable de tester à l'éclatement de nouveaux réservoirs de référence avec le nouveau procédé ou de relancer la campagne d'« optimisation M2 » avec les nouveaux taux volumiques de fibres et les nouveaux jeux d'épaisseurs. Toutefois, en simulant de nouveau l'éclatement du réservoir de référence avec le nouveau procédé (nouvelles épaisseurs), il a été constaté que cela permettait d'avoir des pressions d'éclatement similaires entre le réservoir optimal et le réservoir de référence simulé. Cela conforte les résultats de l'optimisation à iso ou quasi-isoperformance par rapport au réservoir de référence. Il a été constaté (i) qu'un gain de 30% sur la masse de référence était possible tout en garantissant un éclatement sain et (ii) que la masse prédite par le modèle d'enroulement était conforme à l'expérience pour une structuration composite éloignée de la structuration de référence qui a servi de base via les micrographies à l'identification du modèle d'enroulement. Le gain sur la masse a également permis de gagner sur les temps de fabrication des réservoirs. Ces résultats illustrent la pertinence de la méthode d'optimisation et du modèle

d'enroulement développés dans le cadre cette étude.

Le problème constaté lors du changement des bobines illustre l'importance de la bonne caractérisation et de l'impact des incertitudes des épaisseurs des plis en virole sur la détermination de la pression d'éclatement du réservoir (paramètres incertains de type B). Quelques dixièmes d'incertitudes sur les épaisseurs des plis en virole se traduit expérimentalement par plusieurs centaines de bars de différence en termes de pression à l'éclatement sur le réservoir. Ce constat montre la nécessité d'intégrer une méthode de transport d'incertitudes dans la démarche d'optimisation pour l'obtention de solutions optimales robustes moins dépendantes des paramètres procédé.

III.5.3 Caractéristiques de la méthode M2

Finalement, la « méthode d'optimisation M2 » peut être résumée par l'algorithme présenté en figure III.15 et les avantages et inconvénients des différents outils utilisés dans notre procédure d'optimisation sont résumés dans le tableau III.8. Sur la base du modèle EF mixte et avec prise en compte de l'endommagement, une présentation des temps de calcul de la « méthode M2 » est fournie en tableau III.9. On constatera que, dans notre cas, les temps de calcul sont fortement pénalisés par les temps de calcul des analyses structurelles du fait de la considération de l'endommagement (modèle d'endommagement non optimisé et non pleinement intégré dans le code EF). Les analyses structurelles menées sur deux machines de notre partenaire LMS-SAMTECH avec la considération de l'endommagement permet de réduire les temps CPU par 170. De plus, cette méthode est caractérisée par des possibilités de parallélisation natives permettant de répartir facilement les calculs des analyses structurelles sur autant de postes que disponible. En effet, un des intérêts de l'utilisation des métamodèles est de reporter les coûts de l'optimisation non pas sur l'algorithme d'optimisation mais sur l'identification des métamodèles. Ainsi à la différence d'une démarche d'optimisation directe où l'algorithme d'optimisation est contraint d'attendre les résultats des analyses structurelles antérieures pour avancer, la méthode mise en place permet d'exécuter en amont de l'optimisation, les analyses structurelles définies par l'analyse combinée plans d'expériences-métamodélisation. Ces analyses structurelles peuvent être naturellement menées sur plusieurs postes, sans gestion de problèmes inhérents aux méthodes de parallélisation imbriquées. Cette caractéristique participe grandement à la performance numérique de la méthode proposée.

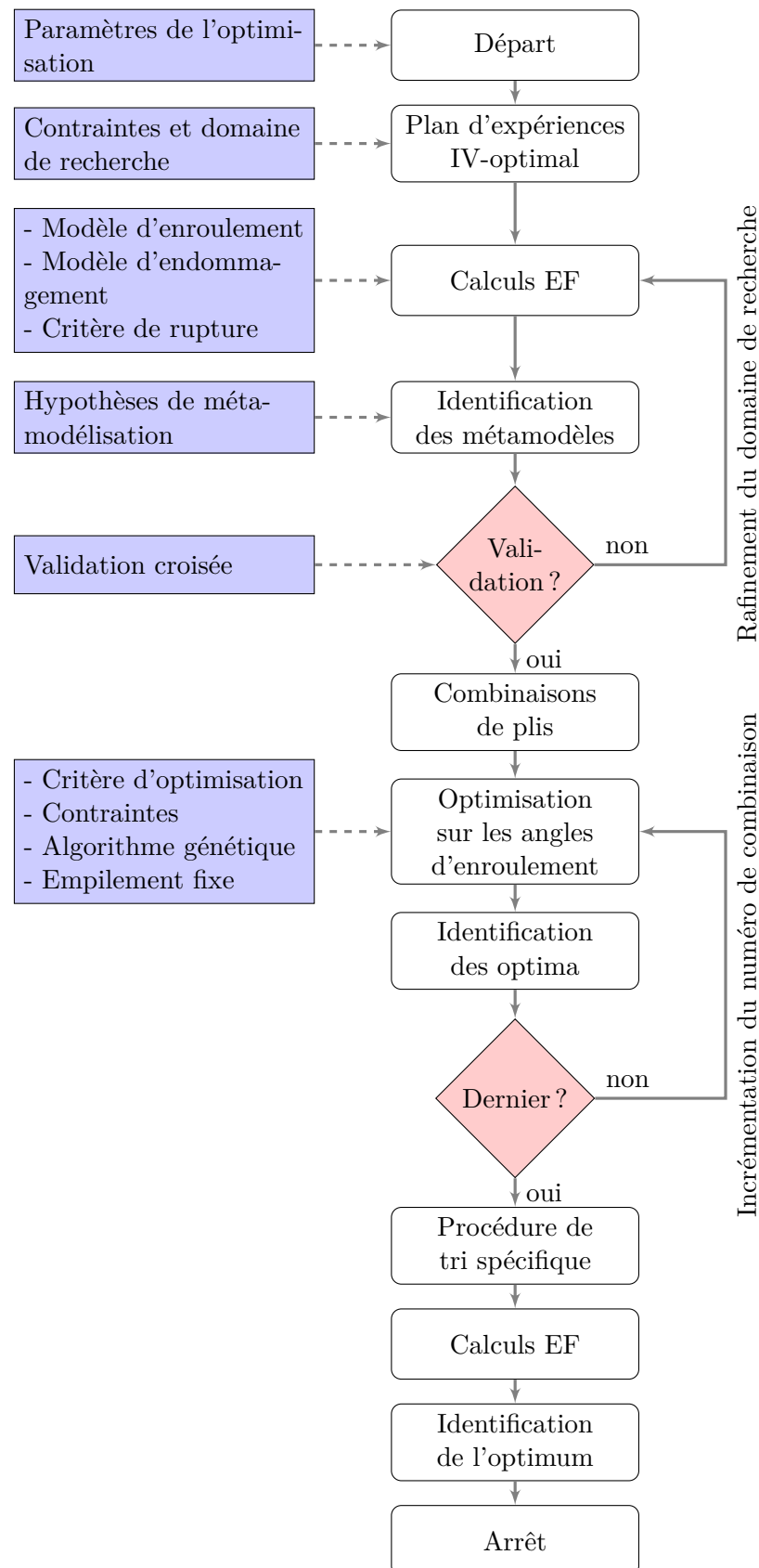


Figure III.15 – Algorithme général d'optimisation par la méthode M2.

Méthodes	Intérêts	Avantages	Inconvénients
Plans d'expériences	Minimisation du coût de l'optimisation	Faible nombre d'analyses structurelles Parallélisation explicite des calculs Gain en connaissance sur le problème (Influences des facteurs et interactions)	Nécessité de centrer le plan d'expériences Connaissances (adaptation du plan au problème)
Métamodèles	Minimisation du coût de l'optimisation Substitution du modèle EF par un modèle analytique Complémentarité idéale vis-à-vis de l'algorithme génétique Analyse de la robustesse	Coût des évaluations faible Considération des comportements non-linéaires Variance des prédictions (valable pour le krigeage et les régressions multi-linéaires) Possibilités itératives d'améliorations (modèle de corrélation)	Lissage (détection des extrema difficile) Échantillonnage supplémentaire du domaine de recherche si krigeage Identification d'un modèle de corrélation Connaissances (analyses) Précision
Validation croisée	Validation des métamodèles sans surcoût Erreur de prédiction Justification du modèle de corrélation	Pas ou peu d'analyses structurelles supplémentaires à effectuer Bornes d'incertitudes (incertitudes de type C) Complémentaire vis-à-vis de l'ANOVA Visualisation graphique des résultats	Résultats à confirmer par quelques analyses structurelles supplémentaires Analyses des paramètres de la validation croisée (nombre de sous-métamodèles, k-out) Choix de la méthode validation croisée
Algorithme génétique	Robuste, direct, balayage du domaine de recherche Principaux inconvénients supprimés par l'utilisation des métamodèles (aspect stochastique, tirage, temps, nombre d'évaluations)	Bien adapté au problème d'optimisation mixte (variables réelles et discrètes) Exploration globale du domaine de recherche Efficacité, simplicité Optima multiples Améliorations diverses (Niching, scaling, inbreeding) Parallélisme intrinsèque Nombreuses variables Gestion des contraintes Optimisation mono/multi-objectifs	Pas de garantie d'optimalité (métaheuristique : solution approchée) Analyses des paramètres de l'algorithme génétique (probabilités) Choix des opérateurs Initialisation de la population initiale Nombreuses évaluations Encodage à définir Aspect stochastique (tirages)
Méthode M1	Optimisation naturelle	Rapidité Recherche des optima locaux	Coûteuse en analyses structurelles Bouclage itératif
Méthode M2	Optimisation spécifique	Rapidité Nombre d'analyses structurelles très faible Optimisation topologique/structurelle envisageable	Spécifique à l'étude Connaissances (analyses)

Tableau III.8 – Avantages et inconvénients de la démarche d'optimisation mise en place.

Étapes	Temps d'analyse	Temps machine	Parallélisation possible ?	Gain de la parallélisation
Construction du plan	1H	2H	non	
Préparation des analyses structurelles	×	1 min	non	
Calcul EF des analyses structurelles	×	10 jours	oui	Explicite : 2 PC → 5 jours Implicite : non effectuée
Dépouillement des analyses structurelles	1 H	×	non	
Construction du métamodèle	2 min	5 s	non	
ANOVA	2 min	5 s	non	
Validation croisée	2 min	5 min	oui	
Préparation optimisation (initialisation population initiale)	×	2 min	non	
Optimisation par AG 19440 × 5 tirages (250 individus, 300 générations)	×	15 H	oui	Explicite : 3 PC → 5H Implicite : non effectuée
Phases de tri	2 min	2 min	non	
Identification des solutions intéressantes	30 min	×	non	
Préparation des analyses structurelles	×	1 min	non	
Calcul EF des analyses structurelles	×	7 jours	oui	Explicite : 2 PC → 3,5 jours Implicite : non effectuée
Dépouillement des analyses structurelles	45 min	×	non	
Temps total approximatif	4 H	18 jours		9 jours

Tableau III.9 – Performances de la méthode M2 sur la base de 2H de calculs par analyse structurelle (endommagement considéré) et sur un seul poste. Les étapes en gras peuvent être répétées. ANOVA : ANalysis Of VAriance. Les caractéristiques informatiques de l'ordinateur utilisé sont : Win XP pro 3, 4Go mémoire vive, processeur core2duo x86 Family 6 Model 23 Stepping 10 GenuineIntel ~ 3324 Mhz.

III.6 Enseignements, confirmations et règles de conception

À l'issue des campagnes d'optimisation, certaines règles de conception ont pu être validées et confirmées :

- un pré-dimensionnement du réservoir peut être réalisé analytiquement par la « Netting theory » [III⁶⁶]. Cela permet d'obtenir une solution nominale du réservoir et de cerner les bornes du domaine de recherche. Un plan d'expériences de criblage peut être également utilisé à cette fin ;
- l'optimisation sur la seule partie virole du réservoir est insuffisante pour s'assurer de la faisabilité de l'enroulement et pour tenir compte du mode d'éclatement dans le processus d'optimisation ;
- 300 analyses structurelles sont au minimum requises pour conduire l'optimisation suivant la « méthode M2 » et dans le cas où 15 variables d'optimisation sont considérées. Ce nombre peut atteindre 3000 analyses structurelles dans le cas de la « méthode M1 » ;
- la diminution des angles d'enroulement hélicoïdaux conduit (i) à une augmentation de la masse et de la sécurité vis-à-vis d'un mode d'éclatement de type sain et (ii) dans le cas où un mode d'éclatement sain est garanti, à une diminution de la pression d'éclatement du réservoir ;
- sur des conceptions à éclatement de type sain : à séquence d'angles et de plis circonférentiels identiques, la séquence de plis hélicoïdaux a peu d'influence sur la pression d'éclatement mais beaucoup sur la masse et la sécurité à l'éclatement, la pression d'éclatement est donc pilotée principalement par le nombre de plis circonférentiels ;
- la méthode d'optimisation M2 permet de repérer certaines séquences d'angles récurrentes autorisant le regroupement par familles des conceptions en vue de faciliter le post-traitement ;
- la non-géodésie a relativement peu d'impact sur la pression d'éclatement et le mode d'éclatement (son influence étant limité aux fins d'enroulement) mais plus sur la masse des réservoirs. Une deuxième passe d'optimisation peut éventuellement être appliquée en considérant les variables non-géodésiques dans le but de gagner davantage sur la masse ;
- la prise en compte des incertitudes sur les épaisseurs des plis en virole (paramètres

incertains de type B) est cruciale pour tendre vers une conception optimale robuste.

À défaut, il s'agit de paramètres à contrôler lors du procédé de fabrication ;

- la considération de structurations multi-couches permet de renforcer localement les dômes aux niveaux des embases et ainsi offre davantage de possibilités de gain sur la masse (cf. tableau III.5) ;
- la prise en compte de l'endommagement du composite n'apparaît pas cruciale dans le processus d'optimisation pour la géométrie du réservoir testée et pour une optimisation sous la contrainte d'un éclatement en virole. Toutefois, la généralisation à d'autres géométries (dômes sphériques par exemple) n'est pas prouvée si bien que des vérifications, a posteriori par éléments finis, des solutions optimales avec prise en compte de l'endommagement sont nécessaires.

III.7 Conclusion

Une démarche d'optimisation spécifique à la conception des réservoirs de type IV avec prise en compte de l'endommagement du composite et des caractéristiques d'enroulement des dômes a été développée. Celle-ci repose sur la complémentarité de diverses méthodes permettant ensemble de réduire les coûts du processus d'optimisation, tout en garantissant et conservant une bonne efficacité.

À ce titre, la méthodologie des plans d'expériences a été utilisée pour identifier les paramètres les plus importants sur le comportement du réservoir et pour ajouter une seconde étape de modélisation du réservoir par rapport au modèle EF. Cette démarche de métamodélisation, éventuellement améliorée par la méthodologie de modélisation par krigeage, a servi ensuite de base à l'algorithme d'optimisation génétique pour effectuer les processus d'optimisation. Enfin, ces processus d'optimisation ont été utilisés dans une procédure de tri, spécifique au réservoir, permettant de repérer les solutions optimales.

Les résultats ont montré les gains potentiels de la méthode d'optimisation employée et l'impact modéré de la prise en compte des mécanismes d'endommagement du composite dans la recherche des solutions optimales, dans le cas où un mode d'éclatement en virole est exigé.

Ainsi, plusieurs avancées significatives ont été apportées dans le cadre de ce travail :

- développement d'un modèle d'enroulement permettant :
 - d'élargir le domaine de recherche de l'optimisation ;
 - d'automatiser entièrement la démarche d'optimisation ;
 - d'améliorer notre confiance dans le dimensionnement mécanique des réservoirs ;
- l'optimisation a été conduite sur une structure composite complète (virole et dômes) et complexe du fait des évolutions des épaisseurs des angles et des épaisseurs au cours du bobinage ;
- une démarche d'optimisation spécifique aux réservoirs a été développée, celle-ci permet :
 - d'optimiser des réservoirs multi-couches avec prise en compte de l'endommagement ;
 - de balayer l'ensemble du domaine de recherche ;

- de s'affranchir d'une solution de référence (conception nominale) pour initialiser le processus d'optimisation comme cela peut être le cas avec des méthodes d'optimisation locales.
- d'optimiser à moindre coûts un réservoir. L'excellent ratio performances sur coûts de la démarche mise en place constitue une avancée significative pour le dimensionnement optimisé de telles structures dans les bureaux d'études ;
- de proposer différentes solutions optimales permettant de faciliter le processus de décision de l'industriel.

Plusieurs points pourraient être étudiés à l'avenir, parmi eux :

- l'identification d'une meilleure relation entre angles hélicoïdaux et épaisseurs dans la virole pour permettre d'améliorer la recherche et la qualité des solutions optimales par une meilleure considération du compactage. Une régression linéaire a été utilisée, mais sa pertinence est sujette à caution (figure III.6) car sur les deux jeux expérimentaux d'épaisseurs des plis en virole des tendances différentes apparaissent ;
- l'impact des comportements thermomécaniques et en fatigue du réservoir sur les solutions optimales trouvées ;
- l'utilisation d'autres natures de fibres ;
- l'optimisation des paramètres du procédé : largeur de la bande d'enroulement, non-géodésie. Optimisation rendue possible par le modèle d'enroulement ;
- l'optimisation topologique du réservoir rendue envisageable par les faibles coûts de la démarche d'optimisation développée (forme des embases et des dômes pour limiter la plasticité des embases et le jeu mécanique entre le composite et le liner) ;
- la généralisation à d'autres volumes de stockage (37L et 105L), point qui a déjà commencé à être étudié par certains partenaires du projet ;
- l'intégration via les métamodèles d'une méthode de transport d'incertitudes dans le processus d'optimisation, permettant une conception robuste du réservoir, ou moins influencée par rapport aux paramètres incertains principaux (distribution des propriétés matériaux, des angles d'enroulement et des épaisseurs des plis en virole). L'utilisation de propriétés mécaniques conservatives réduit les possibilités du processus d'optimisation mais surtout peut conduire à des solutions non conservatives. Le choix d'une politique de gestion des incertitudes est donc nécessaire.

Références bibliographiques

- [III¹] W. HANSEL, A. TREPTOW, W. BECKER et B. FREISLEBEN : A heuristic and a genetic topology optimization algorithm for weight-minimal laminate structures. *Composite Structures*, 58(2):287 – 294, 2002.
- [III²] F-X. IRISARRI : *Stratégies de calcul pour l'optimisation multiobjectif des structures composites*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse III- Paul Sabatier, 2009.
- [III³] K. DEB, A. PRATAP, S. AGARWAL et T. MEYARIVAN : A fast elitist multi-objective genetic algorithm : Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6:182–197, 2000.
- [III⁴] N. SRINIVAS et K. DEB : Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2:221–248, 1994.
- [III⁵] J-F. BONNANS, J-C. GILBERT, C. LEMARÉCHAL et C. SAGASTIZÁBAL : *Optimisation numérique, aspects théoriques et pratiques*. Springer-Verlag, 1997.
- [III⁶] R. FLETCHER : *Practical Methods of Optimization*. John Wiley and Sons, 1987.
- [III⁷] M. MINOUX : *Programmation mathématique, théorie et algorithmes*. Dunod, 1983.
- [III⁸] G. ALLAIRE : *Analyse numérique et optimisation*. Ed. de l'Ecole Polytechnique, 2005.
- [III⁹] F. GLOVER : Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Comput. Oper. Res.*, 13(5):533–549, 1986.
- [III¹⁰] M. GENDREAU : *An introduction to tabu search*. Département d'informatique et de recherche opérationnelle - Université de Montréal, 2002.
- [III¹¹] S. KIRKPATRICK, C.D. GELATT et M.P. VECCHI : Optimization by simulated annealing. *Science, Number 4598, 13 May 1983*, 220, 4598:671–680, 1983.
- [III¹²] A. GILLET : *Conception optimisée de structures constituées de matériaux composites thermoplastiques à fibres continues*. Thèse de doctorat, Université de Savoie - Chambéry, 2007.

Références bibliographiques

- [III¹³] V.M.F. CORREIA, C.M.M. SOARES et C.A.M. SOARES : Higher order models on the eigenfrequency analysis and optimal design of laminated composite structures. *Composite Structures*, 39(3-4):237 – 253, 1997. First International Conference on Composite Science and Technology.
- [III¹⁴] W.J. ROUX, N. STANDER et R.T. HAFTKA : Response surface approximations for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 42(3):517–534, 1998.
- [III¹⁵] I.T. JOLLIFFE : *Principal Component Analysis*. Springer Series in Statistics. Springer, 2002.
- [III¹⁶] A. Merval, M. SAMUELIDES et S. GRIHON : Application of response surface methodology to stiffened panel optimization. In : 47th conference on AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Newport, Rhode Island., 2006.
- [III¹⁷] D. BETTEBGHOR : *Optimisation biniveau de structures aéronautiques composites*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, 2011.
- [III¹⁸] H. GHIASI, D. PASINI et L. LESSARD : Optimum stacking sequence design of composite materials part i : Constant stiffness design. *Composite Structures*, 90(1):1 – 11, 2009.
- [III¹⁹] H. GHIASI, K. FAYAZBAKHSI, D. PASINI et L. LESSARD : Optimum stacking sequence design of composite materials part ii : Variable stiffness design. *Composite Structures*, 93(1):1 – 13, 2010.
- [III²⁰] A. Merval : *Application des modèles réduits à l’optimisation multi-niveau de structures aéronautiques*. Thèse de doctorat, SupAéro, 2008.
- [III²¹] B. LIU : *Two-level optimization of composite wing structures based on panel genetic optimization*. Thèse de doctorat, University of Florida, 2001.
- [III²²] P. BREITKOPF et R. FILOMENO COELHO : *Multidisciplinary Design Optimization in Computational Mechanics*. ISTE-Wiley, 549p, 2010.
- [III²³] M. XIAO : *Optimisation multidisciplinaire avec modèles réduits et calcul parallèle*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne., 2010.
- [III²⁴] P. BREITKOPF, R. CHOUFANY, P.P. ZHANG, B. RAGHAVAN, C. VAYSSADE, P. VILLON et M. XIAO : Méthodes et outils pour l’optimisation multidisciplinaire en mécanique. laboratoire Roberval, Séminaire LaMSID, Clamart, 2009.
- [III²⁵] S. NAGENDRA, D. JESTIN, Z. GÜRDAL, R.T. HAFTKA et L.T. WATSON : Improved genetic algorithm for the design of stiffened composite panels. *Computers and Structures*, 58, 3:543–555, 1996.
- [III²⁶] L. MARÍN, D. TRIAS, P. BADALLÓ, G. RUS et J.A. MAYUGO : Optimization of composite stiffened panels under mechanical and hygrothermal loads using neural networks and genetic algorithms. *Composite Structures*, 94(11):3321 – 3326, 2012.
- [III²⁷] F-X. IRISARRI, F. LAURIN, F-H. LEROY et J-F. MAIRE : Computational strategy for multiobjective optimization of composite stiffened panels. *Composite Structures*, 93(3):1158 – 1167, 2011.

- [III²⁸] L. LANZI et V. GIAVOTTO : Post-buckling optimization of composite stiffened panels : Computations and experiments. *Composite Structures*, 73(2):208 – 220, 2006.
- [III²⁹] L. LI, P. JIA et G. JIAO : A computational investigation of the stiffened composite panel with discrete-source damage. *Procedia Engineering*, 31(0):528 – 533, 2012. International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation.
- [III³⁰] S. SURESH, P.B. SUJIT et A.K. RAO : Particle swarm optimization approach for multi-objective composite box-beam design. *Composite Structures*, 81(4):598 – 605, 2007.
- [III³¹] R. KATHIRAVAN et R. GANGULI : Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization. *Composite Structures*, 81(4):471 – 479, 2007.
- [III³²] J. CHEN, Q. WANG, W.Z. SHEN, X. PANG, S. LI et X. GUO : Structural optimization study of composite wind turbine blade. *Materials & Design*, 46(0):247 – 255, 2013.
- [III³³] N. ZEHNDER et P. ERMANNI : A methodology for the global optimization of laminated composite structures. *Composite Structures*, 72(3):311 – 320, 2006.
- [III³⁴] D. GAY : *Matériaux Composites (5^e Éd.)*. Hermès - Lavoisier, 2005.
- [III³⁵] J-M. BERTHELOT : *Matériaux Composites (5^e Éd.) : comportement mécanique et analyse des structures*. Lavoisier, 2012.
- [III³⁶] R.M. JONES : *Mechanics of composite materials*. McGraw-Hill, 1975.
- [III³⁷] S.W. TSAI et H.T. HAHN : *Introduction to Composite Materials*. Technomic Publishing Company - Lancaster, 1980.
- [III³⁸] S. LAROZE et J.J. BARRAU : *Calcul des structures en matériaux composites*. Mécanique des structures. Eyrolles-Masson, 1987.
- [III³⁹] S. VENKATARAMAN et R.T. HAFTKA : Structural optimization complexity : what has moore’s law done for us? *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 28(6): 375–387, 2004.
- [III⁴⁰] S. VENKATARAMAN et R.T. HAFTKA : Optimization of composite panels- a review. *In American Society for Composites, Technical Conference, 14th, Fairborn, OH*, pages 479–488, 1999.
- [III⁴¹] M. TROVALET : *Sur un modèle micro pour le calcul des structures en composites stratifiés*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan, 2010.
- [III⁴²] P. LADEVÈZE : Essais virtuels et le calcul des structures composites de demain : concepts, outils et défis scientifiques. Congrès MECAMAT 2011 : Les composites - De l’élaboration du matériau aux performances des structures, 2011.
- [III⁴³] Z.K. AWAD, T. ARAVINTHAN, Y. ZHUGE et F. GONZALEZ : A review of optimization techniques used in the design of fibre composite structures for civil engineering applications. *Materials & Design*, 33(0):534 – 544, 2012.

Références bibliographiques

- [III⁴⁴] Y. ROLLET : *Vers une maîtrise des incertitudes en calculs des structures composites*. Thèse de doctorat, ONERA - Ecole Polytechnique, 2007.
- [III⁴⁵] W.L. OBERKAMPF, S.M. DELAND, B.M. RUTHERFORD, K.V. DIEGERT et K.F. ALVIN : Error and uncertainty in modeling and simulation. *Reliability Engineering & System Safety*, 75(3):333 – 357, 2002.
- [III⁴⁶] C.J. ROY et W.L. OBERKAMPF : A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(25-28):2131 – 2144, 2011.
- [III⁴⁷] E. PILLET : *Méthodologie d'aide à la décision en conception robuste*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2008.
- [III⁴⁸] B. AIT BRIK : *Méthodologies de conception robuste et d'optimisation dans un contexte de conception d'architectures mécaniques nouvelles en avant projet*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2005.
- [III⁴⁹] B.S.L.P. DE LIMA et N.F.F. EBECKEN : A comparison of models for uncertainty analysis by the finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design*, 34(2):211 – 232, 2000.
- [III⁵⁰] H-G. BEYER et B. SENDHOFF : Robust optimization - a comprehensive survey. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(33-34):3190 – 3218, 2007.
- [III⁵¹] V. BAUDOU : *Optimisation robuste multiobjectifs par modèles de substitution*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, 2012.
- [III⁵²] C-U. KIM, C-S. HONG, C-G. KIM et J-Y. KIM : Optimal design of filament wound type 3 tanks under internal pressure using a modified genetic algorithm. *Composite Structures*, 71(1):16–25, 2005.
- [III⁵³] C-U. KIM, J-H. KANG, C-S. HONG et C-G. KIM : Optimal design of filament wound structures under internal pressure based on the semi-geodesic path algorithm. *Composite Structures*, 67(4):443–452, 2005.
- [III⁵⁴] D. CHAPELLE et D. PERREUX : Optimal design of a Type 3 hydrogen vessel : Part I–Analytic modelling of the cylindrical section. *International Journal of Hydrogen Energy*, 31(5):627–638, 2006.
- [III⁵⁵] P. FRANCESCATO, A. GILLET, D. LEH et P. SAFFRÉ : Comparison of optimal design methods for type 3 high-pressure storage tanks. *Composite Structures*, 94(6): 2087–2096, 2012.
- [III⁵⁶] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound circular toroidal hydrogen storage vessels based on non-geodesic fiber trajectories. *International Journal of Hydrogen Energy*, 35(2):660–670, 2010.
- [III⁵⁷] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound isotenoid pressure vessels with unequal polar openings. *Composite Structures*, 92(9):2307–2313, 2010. Fifteenth International Conference on Composite Structures.

- [III⁵⁸] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Design of filament-wound domes based on continuum theory and non-geodesic roving trajectories. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 41(9):1312–1320, 2010. Special Issue on 10th Deformation & Fracture of Composites Conference : Interfacial interactions in composites and other applications.
- [III⁵⁹] L. ZU, S. KOUSSIOS et A. BEUKERS : Shape optimization of filament wound articulated pressure vessels based on non-geodesic trajectories. *Composite Structures*, 92(2):339–346, 2010.
- [III⁶⁰] P. LIU, P. XU et J. ZHENG : Artificial immune system for optimal design of composite hydrogen storage vessel. *Computational Materials Science*, 47(1):261 – 267, 2009.
- [III⁶¹] M. JAVED HYDER et M. ASIF : Optimization of location and size of opening in a pressure vessel cylinder using ansys. *Engineering Failure Analysis*, 15(1-2):1 – 19, 2008.
- [III⁶²] R.C. CARBONARI, P.A. MUNOZ-ROJAS, E.Q. ANDRADE, G.H. PAULINO, K. NISHIMOTO et E.C.N. SILVA : Design of pressure vessels using shape optimization : An integrated approach. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 88(5-7):198 – 212, 2011.
- [III⁶³] C-C. LIANG, H-W. CHEN et C-H. WANG : Optimum design of dome contour for filament-wound composite pressure vessels based on a shape factor. *Composite Structures*, 58(4):469 – 482, 2002.
- [III⁶⁴] M. WALKER et P.Y. TABAKOV : Design optimization of anisotropic pressure vessels with manufacturing uncertainties accounted for. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 104(0):96 – 104, 2013.
- [III⁶⁵] J. DE CARVALHO, M. LOSSIE, D. VANDEPITTE et H. VAN BRUSSEL : Optimization of filament-wound parts based on non-geodesic winding. *Composites Manufacturing*, 6(2):79–84, 1995.
- [III⁶⁶] M. HOJJATI, V. Safavi ARDEBILI et S.V. HOA : Design of domes for polymeric composite pressure vessels. *Composites Engineering*, 5(1):51–59, 1995.

Références bibliographiques

Conclusion générale

L'aboutissement de ce travail de recherche était l'obtention de la meilleure conception possible d'un réservoir de type IV dans un contexte de réduction des coûts en vue du développement de la filière hydrogène.

Face au nombre de paramètres ou facteurs pouvant intervenir dans la conception d'un tel réservoir, l'étude a volontairement été bornée à une géométrie de réservoir, à un matériau et à un procédé de fabrication fixé. L'optimisation du réservoir a donc été menée dans ce cadre bien précis.

La méthode employée peut être résumée en deux étapes clés :

- (i) recherche de la simulation du comportement mécanique du réservoir la plus fidèle possible en regard des contraintes de l'optimisation. Il s'agit d'une étape très importante car elle conditionne notre confiance dans la solution optimale trouvée. Cette étape a fait l'objet du chapitre I où nous avons cherché à améliorer les modèles d'enroulement existants afin de simuler le mieux possible la structuration composite dans les dômes, et du chapitre II où nous avons utilisé un modèle d'endommagement du matériau composite compatible avec la procédure d'optimisation et cohérent avec l'application visée, qui reste très spécifique ;
- (ii) recherche du réservoir optimal sous les hypothèses du cahier des charges.

La construction du modèle d'enroulement fait intervenir tout au long du calcul de la structuration deux aspects fondamentaux : (i) l'évolution de l'angle d'enroulement avec le profil d'enroulement (surface de révolution) et (ii) l'évolution de l'épaisseur d'enroulement avec l'angle d'enroulement. Le couplage de ces deux aspects a permis de proposer un modèle capable de calculer des structururations composites multi-couches, point nécessaire pour aborder et automatiser l'optimisation. De plus, en intégrant les derniers développements

Conclusion générale

en termes de prévision d'angles et d'épaisseurs, nous avons amélioré la confiance dans la prédiction de structurations multi-couches. Ainsi pour la structuration de référence, la prévision du modèle s'est révélée être en bon accord avec les données expérimentales.

Afin de prévoir la tenue à la rupture du réservoir, un modèle d'endommagement composite a été implémenté dans un code de calcul par éléments finis. Le choix de ce modèle s'est opéré par rapport aux besoins de l'optimisation mais surtout par les spécificités d'une structure de type réservoir et du procédé de fabrication associé : pas de singularités géométriques, compactage des plis, peu de sollicitations hors plan et entre-croisements des fibres. Certes, ce modèle ne permet pas de décrire finement toute la cinétique d'endommagement ayant lieu au cours du chargement, mais celui-ci s'avère néanmoins être performant quant à la détermination du mode et de la pression d'éclatement, paramètres clés de la procédure d'optimisation et du programme OSIRHYS IV.

Dans le but, de répondre aux contraintes économiques du milieu industriel, une démarche d'optimisation performante et économique avec prise en compte de l'endommagement sur une structure complexe est proposée. Celle-ci repose sur le couplage de méthodes de métamodélisation, permettant de limiter les coûts et conférant des possibilités intéressantes et aisées de parallélisation des calculs, et d'un algorithme génétique adapté aux spécificités des réservoirs permettant d'augmenter les performances de recherche, de balayer l'ensemble du domaine de recherche et de proposer au décideur différentes solutions optimales.

Soulignons que, tout comme ce travail, d'autres travaux de recherche ont été menés dans le cadre du projet OSIRHYS IV. Leurs analyses et résultats permettront de développer et d'éclaircir d'autres points qui ont peu ou pas été abordés dans la présente étude et ainsi de répondre de manière plus large à la problématique du stockage de l'hydrogène.

Nous ne détaillerons pas de manière supplémentaire les perspectives déjà évoquées dans les conclusions des chapitres.

Enfin, nous insistons sur le fait que les solutions trouvées ne sont optimales que dans le cadre bien spécifique de cette étude. Des méthodes de transport d'incertitude permettraient de tendre vers des solutions optimales robustes. L'utilisation d'un profil elliptique pour les dômes des réservoirs est historiquement issue des règles de conception des ré-

servoirs métalliques de type I ou II. Sa généralisation et justification à des réservoirs en composite est plus délicate car la reprise des efforts est liée à la structuration composite des dômes. Ainsi pour maximiser la reprise des efforts dans les dômes, il faut privilégier les efforts de type membrane et éviter les efforts de flexion. Une géométrie proche d'un dôme sphérique serait donc peut être plus adaptée dans ce cas. Ainsi en uniformisant les niveaux de contrainte dans les fibres entre la virole et les dômes, l'utilisation de dômes à profil sphérique et la redéfinition du design des embases constitueraient d'importantes pistes d'amélioration quant à la qualité des solutions obtenues.

Conclusion générale

Annexes

A Modèle de simulation d'enroulement filamentaire

A.1 Détermination de l'angle d'enroulement

Dans le cas où le coefficient de glissement λ est nul, l'équation différentielle (I-1), présentée dans la partie I.3.2.1, admet comme solution analytique l'équation de Clairaut (I-2). En voici la démonstration.

$$\frac{d\alpha}{dz} = \lambda \left[\frac{\sin \alpha \tan \alpha}{r} - \frac{r''}{1 + r'^2} \cos \alpha \right] - \frac{r' \tan \alpha}{r} \quad (\text{I-1})$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right) \quad (\text{I-2})$$

Pour $\lambda = 0$, l'équation différentielle (I-1) devient :

$$\frac{d\alpha}{dz} = - \frac{r' \tan \alpha}{r}$$

or $r' = \frac{dr}{dz}$, dérivée de r par rapport à z , on obtient donc :

$$\frac{d\alpha}{dr} = - \frac{\tan \alpha}{r} \text{ ou encore } \frac{d\alpha}{dr} + \frac{\tan \alpha}{r} = 0 \quad (\text{A-1})$$

Vérifions que l'équation de Clairaut (I-2) est solution de l'équation différentielle simplifiée (A-1) :

$$\frac{d\alpha}{dr} = \frac{d \left(\arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right) \right)}{dr} = - \frac{r_0}{r} \frac{1}{\sqrt{r^2 - r_0^2}} \text{ pour } r \geq 0 \quad (\text{A-2})$$

De même,

$$\frac{\tan \alpha}{r} = \frac{\sin \left(\arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right) \right)}{r \cos \left(\arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right) \right)} = \frac{\frac{r_0}{r}}{r \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2}} = \frac{r_0}{r} \frac{1}{\sqrt{r^2 - r_0^2}} \text{ pour } 0 < r < r_0 \quad (\text{A-3})$$

en utilisant la propriété : $\cos^2(u) + \sin^2(u) = 1$ avec $u = \arcsin \left(\frac{r_0}{r} \right)$.

En combinant les équations (A-2) et (A-3), l'équation (A-1) est vérifiée. L'équation de Clairaut est donc solution de l'équation non-géodésique générale dans le cas où $\lambda = 0$.

A.2 Détermination de l'épaisseur d'enroulement

Cette section a uniquement pour but de détailler le calcul du terme V_{const} de l'équation (I-19), nécessaire aux calculs des épaisseurs des plis par la formulation de Wang.

$$\begin{aligned} V_{const} &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_{2b}} 2\pi r e(r) dr \\ &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_b} 2\pi r \frac{n_R m_R t_b}{\pi} \arccos \left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r} \right) dr \\ &\quad + \int_{r_b}^{r_{2b}} 2\pi r \frac{n_R m_R t_b}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r} \right) - \arccos \left(\frac{r_b}{r} \right) \right] dr \\ &= \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_{2b}} 2\pi r \left(A + B \times r + C \times r^2 + D \times r^3 \right) dr \end{aligned} \quad (\text{I-19})$$

Soient :

$$A = \int_{r_{arr\hat{e}t}}^{r_b} 2\pi r \frac{n_R m_R t_b}{\pi} \arccos \left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r} \right) dr \quad (\text{A-4})$$

$$B = \int_{r_b}^{r_{2b}} 2\pi r \frac{n_R m_R t_b}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{r_{arr\hat{e}t}}{r} \right) - \arccos \left(\frac{r_b}{r} \right) \right] dr \quad (\text{A-5})$$

Alors :

$$A = n_R m_R t_b \left[r_b^2 \arccos \frac{r_{arr\hat{e}t}}{r_b} - r_{arr\hat{e}t} \sqrt{r_b^2 - r_{arr\hat{e}t}^2} \right] \quad (\text{A-6})$$

et

$$\begin{aligned}
 B = 2n_R m_R t_b & \left[\frac{r_{2b}^2}{2} \arccos\left(\frac{r_{arrêt}}{r_{2b}}\right) - \frac{r_{arrêt}}{2} \sqrt{r_{2b}^2 - r_{arrêt}^2} - \frac{r_b^2}{2} \arccos\left(\frac{r_{arrêt}}{r_b}\right) \right. \\
 & \left. + \frac{r_{arrêt}}{2} \sqrt{r_b^2 - r_{arrêt}^2} - \frac{r_{2b}^2}{2} \arccos\left(\frac{r_b}{r_{2b}}\right) + \frac{r_b}{2} \sqrt{r_{2b}^2 - r_b^2} \right] \quad (A-7)
 \end{aligned}$$

Ainsi $V_{const} = A + B$ avec A et B fournis par les équations (A-6) et (A-7).

A.3 Fichier de configuration du modèle d'enroulement

Le modèle de structuration utilise en entrée plusieurs fichiers de configuration (géométrie, enroulement...) sous la forme de fichiers « .txt ». Cela lui permet en particulier d'être très facilement configurable par un algorithme d'optimisation. Nous n'exposerons dans cette partie que le fichier « e_enroulement.txt » puisqu'il s'agit du fichier principal de configuration, pilotant toute la structuration.

Une des particularités de ce fichier de configuration est l'intégration de la définition des couches circonférentielles en supplément de la définition des couches hélicoïdales. Cela permet de coder la structuration de l'ensemble du réservoir, virole comprise. Les couches hélicoïdales sont codées par le nombre 0 et les couches circonférentielles par le nombre 1. De plus, à l'inverse des couches hélicoïdales, les couches circonférentielles peuvent comprendre un unique pli, ceci afin d'augmenter les possibilités d'optimisation. Enfin, les couches circonférentielles ne possèdent pas de coefficient de glissement.

Ci-dessous, le début du fichier « e_enroulement.txt » d'un individu, tel qu'il peut être utilisé par le modèle :

Annexes

6	←	Nombre de couches hélicoïdales.
5	←	Nombre de couches circonférentielles.
0	←	Type de la couche : 0 donc couche hélicoïdale.
20	←	Angle de la couche hélicoïdale dans la virole (α_R).
0.56	←	Épaisseur initiale d'une pseudo-couche (e_R).
0	←	Coefficient de glissement maximal de la pseudo-couche (λ_{max}).
4	←	Nombre de pseudo-couches dans la couche courante.
1	←	Type de la couche : 1 donc couche circonférentielle.
88	←	Angle de la couche circonférentielle dans la virole (α_R).
0.23	←	Épaisseur initiale d'une pseudo-couche (e_R).
1	←	Nombre de pseudo-couches dans la couche courante.
0		
28		
0.56		
-0.1		
3		
...		

Bien entendu, le codage de la séquence d'enroulement se fait par l'alternance et l'ordre de définition des différentes couches.

B Cahier des charges OSIRHYS IV

Cette annexe présente de manière succincte le cahier des charges du projet OSIRHYS IV.

B.1 Préambule

Les grandes lignes du projet OSIRHYS IV sont rappelées dans cette annexe. Ce projet est centré sur la qualification des codes de calcul permettant de reproduire les essais dimensionnant les réservoirs haute pression (70 MPa de pression de service), sur l'optimisation et sur les méthodologies de dimensionnement d'un réservoir.

La filière hydrogène est une voie prometteuse pour répondre à la problématique énergétique mondiale et à l'évolution du climat de la planète. Le transport est un domaine d'application de premier ordre dont le développement comporte de nombreux verrous technologiques aux niveaux des rendements des piles à combustible et du stockage de l'hydrogène. Le stockage hyperbare de l'hydrogène gazeux est aujourd'hui la voie la plus mature.

Pour structurer les réservoirs à des pressions élevées (en tenant compte des facteurs de sécurité) sans obtenir des masses de système de stockage trop importantes, des matériaux composites hautes performances sont utilisés. Malgré l'utilisation massive de fibres de carbone, les pressions mises en jeu conduisent à de fortes épaisseurs de matériaux composites (entre 20 et 40 mm d'épaisseur). En parallèle, tous domaines confondus, les structures composites minces représentent une très grande majorité des cas.

Les connaissances portant sur le dimensionnement et sur la conception de structures épaisses sont plus limitées alors que, de fait, celles-ci sont nettement plus sensibles aux variabilités du procédé de mise en œuvre et à celles des matériaux. Les approches actuelles ne sont donc pas optimales et présentent de nombreuses incertitudes. Pour y faire face, les industriels accroissent les quantités de fibres de carbone déposées sur les réservoirs au détriment du prix et de la masse du réservoir. Cela constitue un véritable problème car la fibre de carbone représente déjà 45% à 80% du prix du réservoir selon la fibre de carbone utilisée. Le prix demeure donc un des verrous majeurs de cette technologie inhibant son déploiement. La conception des réservoirs fait en général appel à l'utilisation de codes de calcul plus ou moins évolués. Les codes de calcul utilisant les éléments finis pour le design de l'architecture fibreuse comme ABAQUS, ANSYS, SAMCEF, SYSPLY, ZEBULON... sont généralement employés en prédimensionnement. Le dimensionnement du réservoir

n'est généralement finalisé qu'à l'issue de phases itératives de fabrication suivies d'essais destructifs (processus longs et très coûteux).

Industriellement, les éléments (modèles) utilisés pour les calculs par éléments finis sont le plus souvent des éléments de type « coque ». Ceux-ci ne sont pas très bien adaptés pour décrire le comportement en cas de fortes épaisseurs ou d'endommagements complexes. Les éléments 3D sont très peu utilisés car leur mise en oeuvre est souvent plus laborieuse. En outre, pour la phase de dimensionnement, les critères de rupture comme les critères énergétiques (TSAI-WU, TSAI-HILL, HASHIN...) sont en général trop conservatifs et, en conséquence, non utilisés car conduisant eux aussi à des surdimensionnements notables. Ils ne tiennent notamment pas compte des processus, le plus souvent cumulatifs, de dégradation de l'amorçage jusqu'à la rupture de l'objet. Lorsque des modèles d'endommagement sont utilisés, ils sont le plus souvent spécifiques à un type de matériau, à un type de sollicitation ou à un type d'architecture. Par ailleurs, de fortes incertitudes subsistent quant aux structures simulées comparées aux structures réelles car le procédé d'enroulement filamentaire provoque de nombreux défauts et les entrecroisements de torons de fibres ou encore les variations réelles des angles et des épaisseurs, notamment dans les dômes des réservoirs, ne sont pas ou mal connus. Les porosités issues du procédé de fabrication ne sont de plus généralement pas prises en compte.

Il en résulte qu'aujourd'hui, les outils de calcul par éléments finis pour la conception des réservoirs et les méthodologies associées ne sont pas qualifiés et chaque utilisateur utilise son code avec ses propres règles. L'objet de ce projet est de faire un état des lieux sur les codes de calculs EF pour le design et la simulation du comportement des réservoirs de stockage hyperbare de l'hydrogène gazeux de type IV obtenus par enroulement filamentaire en quantifiant les incertitudes liées aux différents codes et en évaluant les méthodologies utilisées.

La démarche proposée dans le cadre du projet s'appuie sur trois axes :

- proposer une démarche de conception prédictive en utilisant les derniers développements théoriques et numériques spécifiques aux composites comme par exemple l'approche probabiliste. Ceci en totale rupture des méthodes actuelles utilisées dans les bureaux d'études : méthodes de conception des structures composites basées sur des critères macroscopiques anisotropes et des lois élastiques linéaires anisotropes ;
- choisir les paramètres matériaux et structuraux à l'aide d'études de sensibilité ;
- qualifier la démarche dans sa globalité par une comparaison calculs/essais.

A l'issue du projet :

- la meilleure façon de simuler le comportement des réservoirs aura été déterminée (proposition d’une méthodologie),
- avec les niveaux d’incertitudes associés,
- et les axes de progression des codes auront été identifiés.

La conception et donc leur prix pourront être mieux optimisés dès la phase de dimensionnement.

Le projet OSIRHYS IV se décline en 9 tâches, à savoir :

- Tâche 0 : Coordination ;
- Tâche 1 : Cahier des charges ;
- Tâche 2 : Fabrication des éprouvettes, des structures simples et des réservoirs ;
- Tâche 3 : Instrumentation et essais des éprouvettes, des structures simples et des réservoirs ;
- Tâche 4 : Qualification des modèles de simulation d’éclatement ;
- Tâche 5 : Qualification des modèles de simulation de cyclage ;
- Tâche 6 : Qualification des modèles de simulation thermo-mécanique ;
- Tâche 7 : Optimisation ;
- Tâche 8 : Synthèse et Dissémination.

B.2 Définitions

Définition des principaux termes :

- Bouteille : récipient nu avec 1 ou 2 embases sans robinet ;
- Embase : insert métallique sur le liner avec ou sans orifice sur les dômes de la bouteille. Avec orifice, présence d’un pas de vis pour visser robinet/détendeur et méplat pour le serrage du robinet ;
- Normal mètre cube (Nm^3) : mètre cube de gaz dans les conditions standards (273 K et 1 atmosphère) ;
- Pression de service : pression de gaz à 15°C.

Les données principales pour la fabrication d’un réservoir OSIRHYS IV sont données dans le tableau B.1.

Volume (L)	environ 2L
Diamètre (mm)	114
Longueur totale hors tout (mm)	317,3
Longueur virole (mm)	187,2
Raccord	17E (raccord conique)
Type liner	PA6
Épaisseur liner (mm)	4
Masse du liner avec les deux embases (kg)	1,649
Type de composite	Prepreg
Type fibre	Toray T700S
Type résine	résine époxyde
Teneur volumique en fibre de composite	60% à $\pm 2\%$
Épaisseur composite réservoir de référence (mm)	11,1
Masse composite réservoir de référence (kg)	1,839
Matériau embase	Inox 316L
Nombre d'embase	2
Masse d'une embase (kg)	0,3
Masse totale du réservoir de référence (kg)	3,488

Tableau B.1 – Caractéristiques du réservoir OSIRHYS IV de référence.

B.3 Performances

Les principales performances attendues par les normes (norme ISO/TS 15869 et norme EIHP II) et le projet OSIRHYS IV sont :

- une plage de fonctionnement en température de -40°C à 85°C ;
- une pression de service (P_s) de 700 bars ;
- un coefficient de sécurité à l'éclatement de 2,25 (soit une pression d'éclatement supérieure à 1575 bars) ;
- l'absence de projection des embases lors de l'éclatement (contrainte supplémentaire fixée dans le projet) ;
- l'absence de fuites après le cyclage mécanique du réservoir : 15000 cyclages entre 20 bars et 875 bars ($1,25 \times P_s$) ;
- la tenue résiduelle du réservoir après cyclage (montée en pression jusqu'à l'éclatement).

C Modélisation du réservoir

Cette annexe présente quelques compléments sur la modélisation EF du réservoir.

C.1 Propriétés matériaux

Les propriétés matériaux utilisées lors des simulations sont données en tableau C.1, celles-ci sont issues d'essais de traction sur des éprouvettes bobinées dans le but de se rapprocher du procédé de mise en œuvre du réservoir (entre-croisements des fibres).

C.2 Analyse Progressive de la Rupture, approche multi-niveaux

Dans le but de justifier le choix de la valeur des variables d'endommagement dans le cas du réservoir ($d_2 = d_{12} = 0,6$), nous avons voulu simuler le comportement à rupture d'éprouvettes entaillées bobinées (semi-structures). Toutefois, les essais sur semi-structures font appel à certains modes de dégradation (délaminage, cisaillement hors plan, splitting...) non pris en compte dans le modèle d'endommagement tel que choisi et justifié précédemment (réservoir : structure de révolution fermée sous pression ne présentant pas d'effets de bord). La transposition directe du modèle d'endommagement sur les semi-structures est donc délicate car susceptible de mettre le modèle en défaut (choix du modèle d'endommagement progressif non pertinent pour certaines structurations car en dehors de son domaine de validité). Les essais sur semi-structures sont plus exigeants que sur le réservoir, si bien que l'analyse des modes d'endommagement sur semi-structures ne peut être extrapolée pour valider le modèle d'endommagement. Toutefois, nous avons fait évoluer notre modèle d'endommagement pour essayer de refléter les essais expérimentaux et de voir les limites du modèle.

Deux évolutions importantes, issues des travaux de thèse de Frédéric Laurin [1], à apporter au modèle ont été nécessaires pour essayer de simuler au mieux les essais expérimentaux :

- évolution du critère de rupture Hashin-Rottem vers le critère de l'Onera [1] pour une meilleure description du comportement mécanique en cisaillement/compression ;
- évolution de l'approche de l'Analyse Progressive de la Rupture : APR mono-niveau vers APR multi-niveaux (évolution graduelle des variables d'endommagement).

Propriétés	25 ° C
E_1	134220 MPa
E_2	8175 MPa
E_3	8175 MPa
ν_{12}	0,36
ν_{13}	0,36
ν_{23}	0,38
G_{12}	4697 MPa
G_{13}	4697 MPa
G_{23}	2962 MPa
X^+	2104 MPa
Y^+	48,2 MPa
X^-	1900 MPa*
Y^-	190 MPa*
S	51 MPa

Tableau C.1 – Propriétés matériaux issues de la caractérisation expérimentale sur éprouvettes bobinées, * : propriétés estimées.

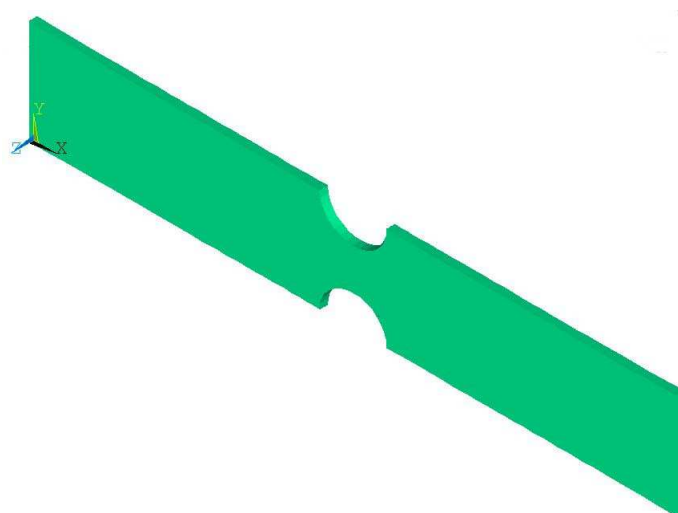


Figure C.1 – Semi-structures.

Le critère de Hashin-Rottem évolue vers la formulation suivante :

– mode fibre :

$$Cr_f^+ = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{eff}^+(d_2)} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{11} \geq 0 \quad (\text{C-1a})$$

$$Cr_f^- = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^-} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^f (1 - p \sigma_{22})} \right)^2 \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{11} < 0 \quad (\text{C-1b})$$

– mode interfibre :

$$Cr_{if}^+ = \frac{1}{(1 - d_f)^2} \left[\left(\frac{\sigma_{22}}{Y^+} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S (1 - p \sigma_{22})} \right)^2 \right] \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{22} \geq 0 \quad (\text{C-1c})$$

$$Cr_{if}^- = \frac{1}{(1 - d_f)^2} \left[\left(\frac{\sigma_{22}}{Y^-} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S (1 - p \sigma_{22})} \right)^2 \right] \leq 1 \quad \text{pour } \sigma_{22} < 0 \quad (\text{C-1d})$$

avec p un paramètre permettant de traduire le renforcement en cisaillement/compression transverse et S^f une variable définie à partir d'un paramètre de forme permettant de régler la résistance en cisaillement du mode fibre et d_f une variable permettant de prendre en compte l'effet des ruptures prématurées de fibres sur les résistances du mode interfibre [1]. Ainsi, les résistances efficaces en mode interfibre s'écrivent :

$$\begin{aligned} Y_{eff}^+ &= (1 - d_f) Y^+ \\ Y_{eff}^- &= (1 - d_f) Y^- \\ S_{eff} &= (1 - d_f) S \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

où

$$\begin{aligned} d_f &= \frac{1 - f_{2 \rightarrow 1}}{1 - (f_{1 \rightarrow 2})^2} \left[Sup \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{eff}^+(d_2)} \right) - (f_{1 \rightarrow 2})^2 \right] & \text{si } Sup \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{eff}^+(d_2)} \right) \geq (f_{1 \rightarrow 2})^2 \\ d_f &= 0 & \text{si } Sup \left(\frac{\sigma_{11}}{X_{eff}^+(d_2)} \right) < (f_{1 \rightarrow 2})^2 \end{aligned} \quad (\text{C-3})$$

et

$$X_{eff}^+(d_2) = X^+ \exp^{-\alpha d_2} + X_{toron}^+ (1 - \exp^{-\alpha d_2}) \quad (\text{C-4})$$

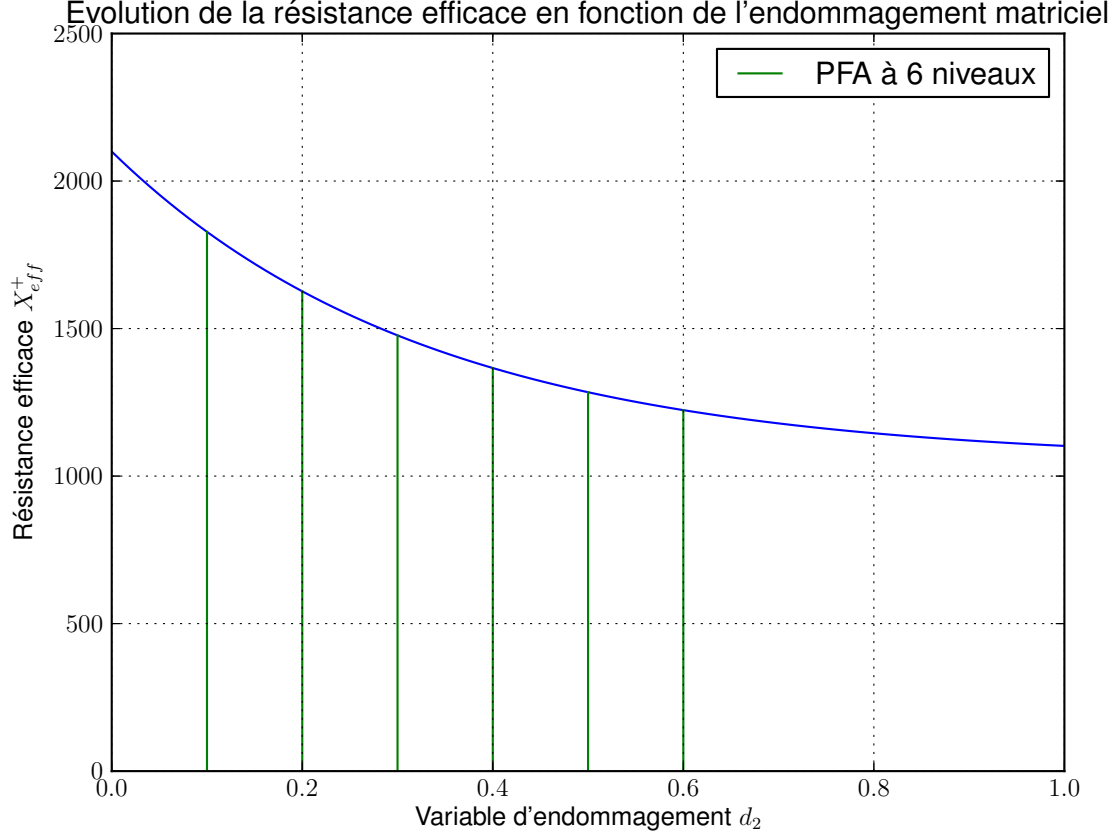


Figure C.2 – Évolution de la résistance efficace suivant le sens fibre en fonction de l'état d'endommagement matriciel; 6 niveaux d'endommagement sont présents dans cet exemple; $\alpha = 3$ et $X^+ = 2100$ MPa.

avec $f_{1 \rightarrow 2}$, $f_{2 \rightarrow 1}$ des paramètres de forme permettant de régler les seuils de décohésions entre fibres et matrice, X_{toron}^+ la résistance en traction d'un toron de fibre, d_2 la variable d'endommagement matriciel et α un paramètre de réglage de l'évolution de la résistance efficace X_{eff}^+ (figure C.2). La définition de la variable d_f permet de considérer l'histoire du chargement et le caractère irréversible de la dégradation. Conformément aux recommandations [1], nous prendrons $f_{1 \rightarrow 2} = f_{2 \rightarrow 1} = 0.5$ et $X_{toron}^+ = \frac{X^+}{2}$.

Le principe de l'endommagement par l'Analyse Progressive de la Rupture avec l'approche multi-niveaux peut être résumé par les différentes étapes suivantes :

1. montée en pression jusqu'à généralement la première rupture matricielle ;
2. dégradation au premier niveau des variables d'endommagement d_2 et d_{12} ;

3. dégradation des propriétés mécaniques des premiers plis et modification des résistances efficaces pour les plis concernés ;
4. pas de convergence ;
5. montée en pression jusqu'aux prochaines ruptures : dégradation au deuxième niveau des plis précédemment dégradés, dégradations éventuelles de nouveaux plis au premier niveau, mises à jours des résistances efficaces ;
6. pas de convergence ;
7. ...
8. rupture des fibres suivant le nouveau critère fibre.

Cette amélioration de l'approche de l'endommagement nécessite la définition de multiples matériaux pour coder les différents modes et niveaux d'endommagement et pour l'identification, si possible, des paramètres de formes. Enfin, la considération de plusieurs niveaux se traduit par des temps de calcul plus importants.

Pour la structuration $[(\pm 45)_2]_s$ (figure C.3), le modèle arrive assez bien à retranscrire l'essai de traction sans toutefois réussir à prédire la rupture de l'éprouvette qui a lieu par splitting et délaminage (mode de dégradation non pris en compte dans le modèle). La viscosité de la matrice n'est également pas prise en compte.

Pour la structuration $[0_2, (\pm 45)_2, 90_2]_s$ (figure C.4), le nombre de niveaux pour la dégradation matricielle a peu d'importance, la rupture de l'éprouvette étant pilotée par la rupture des fibres des plis à 0° . Le modèle arrive à bien prédire la charge de rupture finale de l'éprouvette.

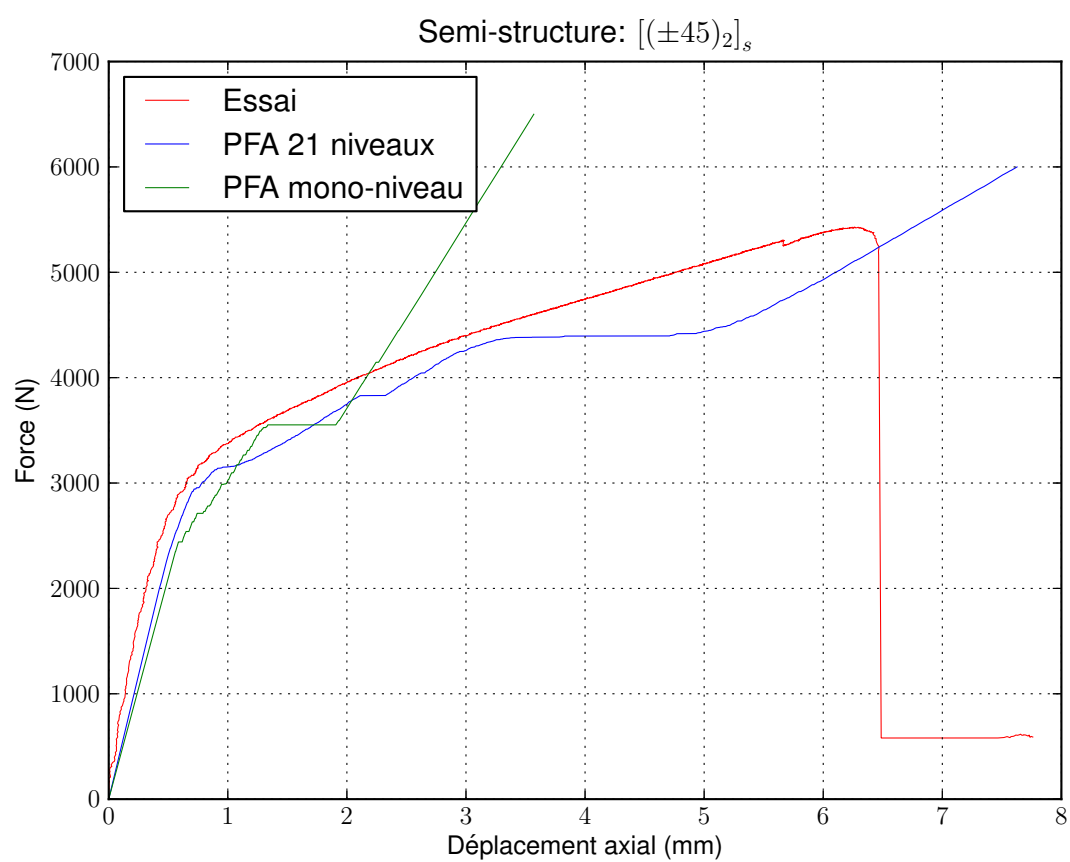


Figure C.3 – Semi-structure $[(\pm 45)_2]_s$.

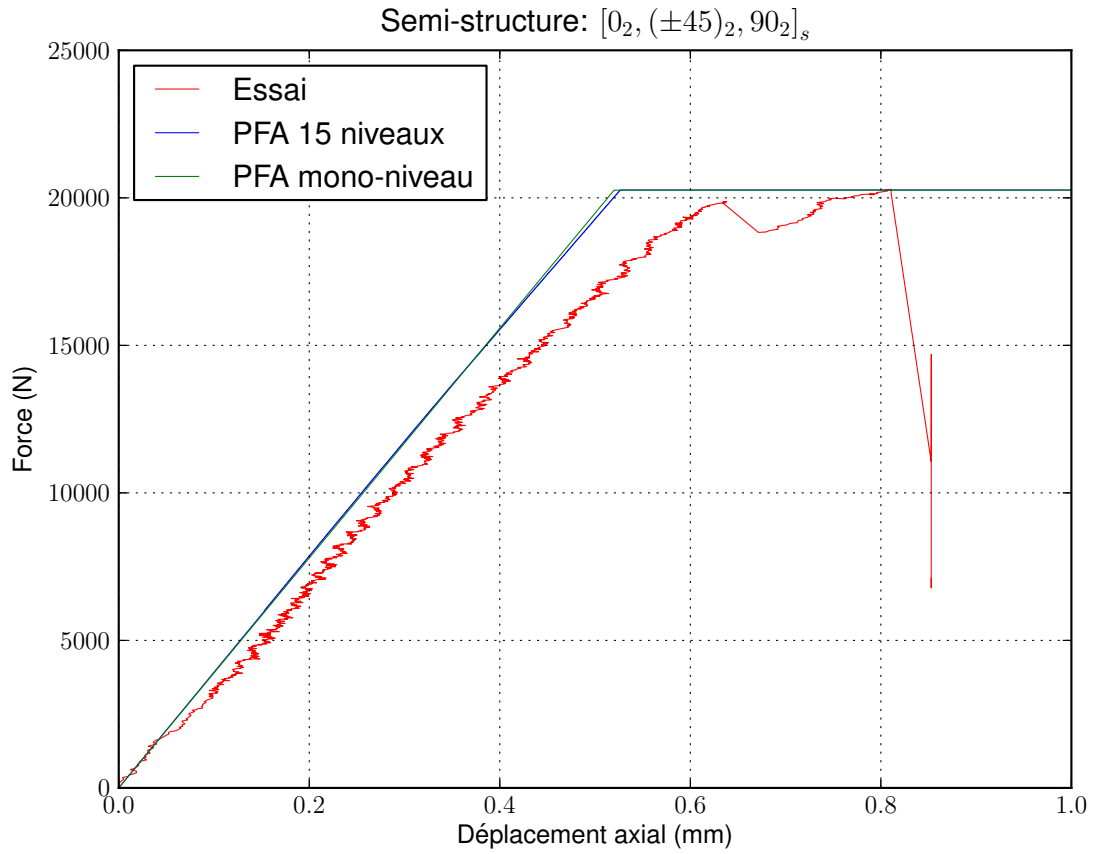


Figure C.4 – Semi-structure $[0_2, (\pm 45)_2, 90_2]_s$.

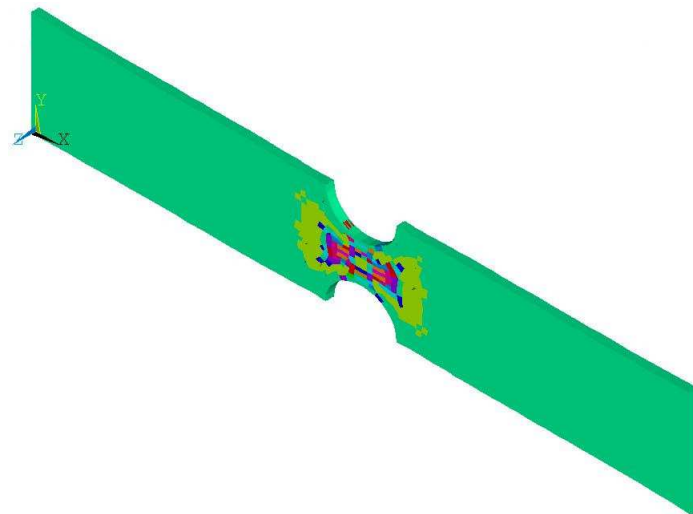


Figure C.5 – Visualisation de l'endommagement multi-niveaux pour une semi-structure.

D Métamodélisation

Cette annexe présente de manière succincte l'intérêt de l'utilisation de métamodèles dans le processus d'optimisation.

D.1 Préambule

Lors du processus d'optimisation, l'algorithme d'optimisation est amené à tester de nombreuses solutions dans le but de converger dans la direction de la solution optimale. Cet aspect est plus ou moins coûteux suivant le type d'algorithme d'optimisation utilisé, mais reste néanmoins toujours important. Dès lors que le temps d'évaluation des solutions devient important, il devient très difficile de contenir le coût de la démarche d'optimisation. C'est notamment le cas lorsque l'on essaie d'optimiser une structure de grande taille et complexe avec de surcroît un comportement non-linéaire du comportement mécanique de la structure, comme cela est le cas dans cette étude.

Partant de ces constats, la mise en place d'une démarche d'optimisation économique nécessite de pouvoir évaluer à moindre coût les solutions à tester pour trouver la ou les solutions optimales. L'utilisation de métamodèles répond à ce besoin. Un métamodèle est un modèle d'approximation du processus original (modèle EF du réservoir dans notre cas) qui a pour but d'imiter le comportement de ce processus, tout en étant numériquement plus faible à évaluer. Il s'agit donc d'une étape de modélisation supplémentaire dont l'intérêt se justifie (i) par rapport à des coûts numériques beaucoup plus faibles face à ceux du processus original et (ii) par la capacité à se substituer au processus original dans la phase d'optimisation (prévision des réponses). Ainsi, on distingue deux démarches d'optimisation :

- optimisation directe sur le processus original, coûteuse numériquement mais précise et fiable ;
- optimisation indirecte sur le ou les métamodèles, peu coûteuse numériquement mais dont la fiabilité doit être évaluée et assurée.

La difficulté majeure dans la mise en place d'une optimisation indirecte est donc de s'assurer que le métamodèle construit reflète le comportement du processus original. Sans quoi les solutions optimales trouvées risquent d'être aberrantes par rapport aux spécificités du cahier des charges, étant donné que l'optimisation est réalisée non pas sur le processus original mais sur le ou les métamodèles.

Un métamodèle peut être utilisé à d'autres fins que l'optimisation :

- il permet de gagner en connaissance sur le comportement du processus original (compréhension du problème) : influences des facteurs importants, importance des interactions entre facteurs ;
- bien que non étudié dans ce travail de thèse, de part le faible coût des évaluations, il permet des analyses de la robustesse de l’optimisation par des méthodes de transport d’incertitude (méthode de Monté-Carlo par exemple qui peut être employée pour étudier l’impact des incertitudes des paramètres d’entrées sur la ou les réponses du processus original).

Plusieurs méthodes de métamodélisation ou familles de métamodèles ont été développées dans la littérature. Nous rappelons ici les plus importantes :

- métamodèles polynomiaux ;
- krigeage ;
- réseaux de neurones ;
- fonctions à bases radiales ;
- chaos polynomial.

Les métamodèles polynomiaux ou obtenus par krigeage seront détaillés dans la suite de cette annexe.

Un métamodèle construit par chaos polynomial est obtenu par combinaison linéaire de polynômes orthogonaux, choisis en fonction des lois de probabilités utilisées pour caractériser les variables aléatoires. Plus de précisions pourront être trouvées dans [2–5].

Les métamodèles identifiés à partir de fonctions à bases radiales [6–11] utilisent des combinaisons linéaires de ces fonctions dans lesquelles intervient une norme de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ permettant d’approximer la réponse.

Enfin, les réseaux de neurones artificiels sont une famille d’algorithmes où des unités de calculs (neurones) reçoivent divers paramètres d’entrée en provenance de neurones amonts ou de l’environnement directe. La réponse du neurone est associée à un poids qui permet d’inhiber ou d’activer les neurones en aval (fonction d’activation). La phase d’apprentissage du réseau de neurones correspond à la phase d’identification du métamodèle où le comportement du réseau est modifié (modification des poids des neurones) jusqu’à obtention du comportement souhaité. Le réseau de neurones peut ensuite être utilisé pour prédire en fonction des variables d’entrée la réponse du processus original. Plus de détails sont disponibles dans [12, 13].

Les identifications des métamodèles passent par la réalisation des analyses structurelles demandées par le plan d'expériences et éventuellement par le plan complémentaire.

D.2 Les plans d'expériences

La méthode des plans d'expériences est une stratégie optimale consistant à trouver une relation entre deux grandeurs :

- la réponse ou variable de sortie, grandeur physique à laquelle l'expérimentateur s'intéresse ;
- les facteurs ou variables d'entrée, grandeurs physiques sensées influencer sur la réponse et sur lesquelles l'expérimentateur possède un contrôle.

Les enjeux d'un plan d'expériences sont multiples :

- étude d'un très grand nombre de facteurs (plan de criblage) ;
- diminution du nombre d'essais par rapport à une démarche expérimentale classique ;
- identification des facteurs les plus significatifs sur la réponse ;
- identification des éventuelles interactions entre facteurs ;
- quantification des effets de ces facteurs et interactions sur la réponse ;
- à partir du postulat d'un modèle, capacité à prédire avec un maximum de précision et en un minimum d'essais une réponse ;
- modélisation aisée des résultats ;
- détermination de la combinaison optimale des niveaux des facteurs permettant d'optimiser la réponse.

Quelques définitions complémentaires :

- expérience : essai expérimental pour lequel une ou plusieurs mesures de la réponse sont effectuées. En simulation et dans le cadre de cette étude, une expérience correspondra à une analyse structurelle (A.S.) du modèle EF du réservoir ;
- niveau d'un facteur : valeur que peut prendre le facteur au cours des essais ;
- modalité d'un facteur : nombre de niveaux d'un facteur. Par abus de langage, le terme de « niveau » sera employé à la place du terme « modalité » ;
- effet d'un facteur : impact de la modification du niveau du facteur sur la réponse ;
- interaction : modification de l'effet d'un facteur sur la réponse en fonction du niveau d'un autre facteur (figure D.1) ;

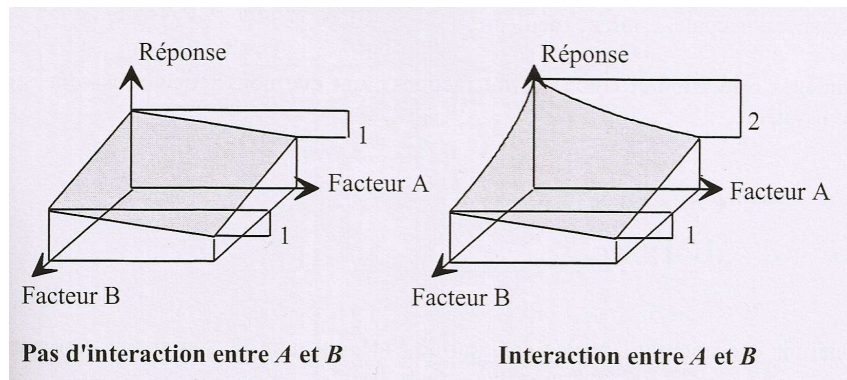


Figure D.1 – Notion d'interaction [14].

- terme : terme générique pour désigner un facteur ou une interaction.

La démarche généralement employée pour aborder un problème consiste à effectuer :

- un plan de criblage sans interaction destiné à étudier un très grand nombre de facteurs à la fois pour identifier ceux qui ont un réel impact sur la réponse (on cherche à savoir pourquoi la réponse varie) ;
- un plan plus ciblé avec interactions destiné à modéliser la réponse en fonction des facteurs significatifs (on cherche à savoir comment la réponse varie).

Le principe fondamental des plans d'expériences consiste à modifier les niveaux de plusieurs facteurs, d'une expérience à l'autre. Contrairement, à ce que l'on pourrait penser, ce principe permet d'obtenir la meilleure précision possible sur les résultats : les expériences sont choisies pour que le résultat final soit le moins sensible aux éventuelles erreurs ou incertitudes expérimentales.

Plus de détails sur les plans d'expériences et les méthodes d'optimisation associées sont disponibles dans [14–18].

D.2.1 Normalisation

Différents types de facteurs peuvent être considérés dans un plan d'expériences : continu, discret ou qualitatif. De plus, les facteurs ou variables peuvent être de grandeurs différentes (dans le cas du réservoir : angles d'enroulement, coefficients de glissement, nombre de plis...), cela impose de les normaliser et coder de manière à avoir une représentation simple des combinaisons de niveaux, et à pouvoir les comparer. Pour les variables continues ou réelles, nous utiliserons la notation de Yate qui permet de transformer les

(a) Codage pour un facteur de modalité 3.			(b) Codage pour un facteur de modalité 5.				
X	C1	C2	X	C1	C2	C3	C4
1 pli	-1	1	4 plis	-2	2	-1	1
2 plis	0	-2	6 plis	-1	-1	2	-4
3 plis	1	1	8 plis	0	-2	0	6
			10 plis	1	-1	-2	-4
			12 plis	2	2	1	1

Tableau D.1 – Contrastes polynomiaux [19], *C1* représente le premier contraste (tendance linéaire), *C2* représente le deuxième contraste (tendance quadratique)... Les premières colonnes présentent les niveaux du facteur X (nombre de plis de la couche considérée dans les exemples présentés).

variables courantes en variables centrées réduites :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x - Moy}{Pas} \\ &= \frac{2x - x^{sup} - x^{inf}}{x^{sup} - x^{inf}}\end{aligned}\tag{D-1}$$

où \bar{x} , x , Moy , Pas , x^{sup} et x^{inf} représentent respectivement la variable centrée réduite, la variable, la moyenne des deux niveaux, le pas (écart en valeur absolue entre la moyenne et un des deux niveaux, les niveaux supérieur et inférieur de la variable).

Pour les facteurs discrets dont la modalité est supérieure ou égale à trois et dont les niveaux sont répartis de manière équidistante, nous utiliserons un codage par contrastes polynomiaux orthogonaux qui permettent de tester la présence d'une tendance polynomiale (linéaire, quadratique...) dans les données. Ce codage sera utilisé pour les facteurs portant sur le nombre de plis des couches (tableau D.1).

D.2.2 Construction du plan

La première étape dans l'établissement du plan d'expériences concerne la définition du domaine de recherche :

- définition des facteurs ;
- définition du nombre de niveaux de chacun des facteurs (modalités) ;
- définition des niveaux de chacun des facteurs.

Le domaine de recherche D est donc défini par :

$$D = \prod_{j=1}^m [x_j^{inf}; x_j^{sup}] \quad (D-2)$$

où m représente le nombre de facteurs et x^{sup} et x^{inf} les niveaux extrêmes que peut prendre le facteur. Les facteurs seront notés X_j avec $j = 1, \dots, m$ et les n expériences caractérisant le plan (matrice d'expériences) par :

$$x_i = (x_{i1}, \dots, x_{im}), i = 1, \dots, n \quad (D-3)$$

La deuxième étape concerne le postulat d'un modèle, généralement polynomial, permettant de modéliser la réponse Y :

$$Y(x) = f(x) + \varepsilon \quad (D-4)$$

$$\begin{aligned} Y_i &= a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_{ij} + \sum_{j < k} \sum a_{jk} x_{ij} x_{ik} \\ &\quad + \sum_{j=1}^m a_{jj} x_{ij}^2 + \varepsilon_i \\ Y &= XA + E \end{aligned}$$

où E est le vecteur des erreurs commises par le modèle (approximation du processus original), A et X respectivement le vecteur des coefficients des termes du modèle et la matrice du modèle qui dépend des points expérimentaux choisis et du modèle postulé. Suivant les termes retenus, on distingue plusieurs modèles :

- modèle linéaire avec toutes les interactions (plan factoriel complet) ;
- modèle linéaire avec interactions d'ordre 1 (plan factoriel fractionnaire) ;
- modèle du second degré avec interactions d'ordre 1 (modèle présenté ci-dessus, plan factoriel fractionnaire).

Le nombre minimal d'expériences à réaliser est égal au nombre de degrés de liberté p du modèle. Le nombre de degrés de liberté du modèle se déduit de la somme des degrés

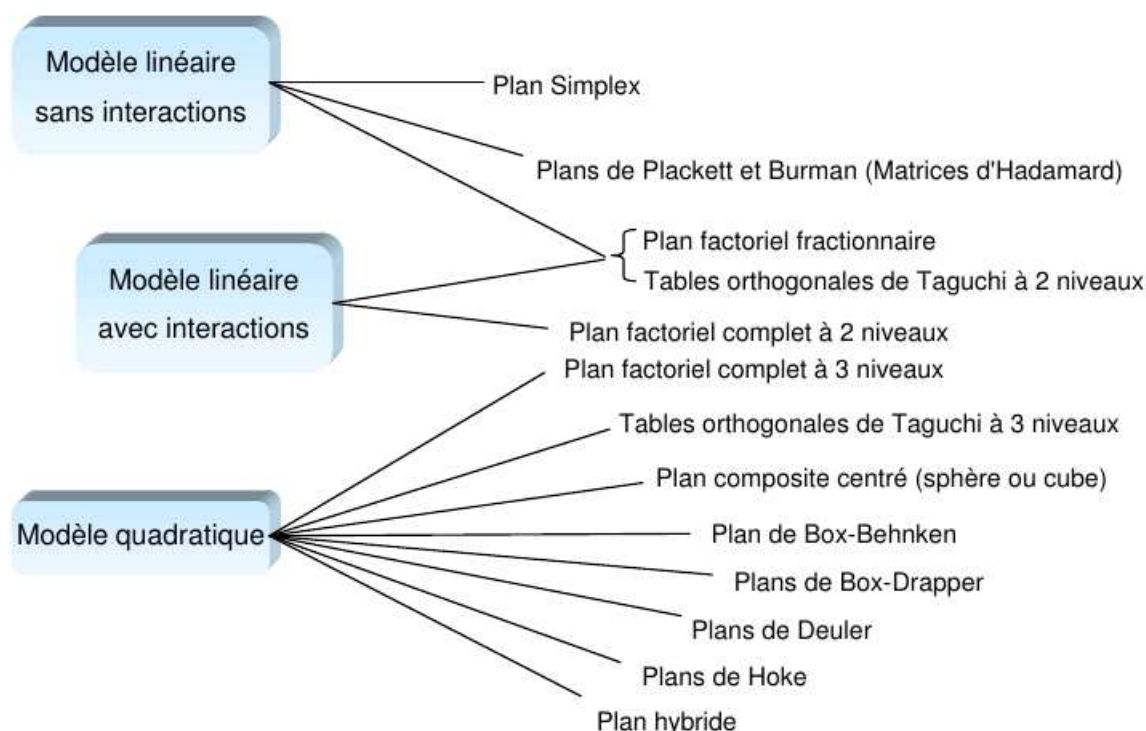


Figure D.2 – Plans d’expériences usuels [20]. La construction de ces plans est généralement basée sur des règles algébriques.

de liberté¹ de chacun des termes du modèle. Ainsi, on a toujours $n \geq p$, la matrice X est donc de dimensions $(n \times p)$ et le vecteur A de dimension p .

Le système à résoudre est $Y = XA + E$. La détermination exacte des valeurs du vecteur A est en pratique impossible, nous cherchons donc une estimation de ces valeurs permettant de minimiser les erreurs ou résidus commis par le modèle. La solution doit donc satisfaire le critère des « moindres carrés » ce qui revient à minimiser le terme $\sum \varepsilon_i^2$. La contrainte des moindres carrés s’exprime : $\frac{\partial {}^tEE}{\partial A} = 0$ avec ${}^tEE = {}^t(Y - XA)(Y - XA)$. L’estimation \hat{A} de A est donnée par :

$$\hat{A} = ({}^tXX)^{-1} {}^tXY \quad (D-5)$$

où tXX est appelée matrice d’information du modèle, de dimension $(p \times p)$. La matrice de dispersion $({}^tXX)^{-1}$, si elle existe, est égale à l’inverse de la matrice d’information. La

1. Le degré de liberté d’un facteur se calcule en retranchant une unité à la modalité du facteur. Le degré de liberté d’une interaction se calcule par le produit des degrés de liberté des facteurs. Enfin, la moyenne a un degré de liberté égale à l’unité.

matrice de variance-covariance est donnée par la multiplication de la matrice de dispersion par la variance aléatoire σ^2 (variance des mesures) : $\sigma^2.({}^tXX)^{-1}$ Ces matrices dépendent de l'emplacement des points expérimentaux et du choix du modèle choisi a priori.

Si aucune contrainte n'est appliquée sur les facteurs (choix des niveaux d'un facteur indépendant des niveaux des autres facteurs), la matrice de dispersion est diagonale, la matrice d'expériences est alors dite orthogonale. Cette condition d'orthogonalité permet de garantir l'indépendance des déterminations des estimations des facteurs et des interactions.

Dans le cas, où des contraintes sont appliquées sur les facteurs (contrainte sur la croissance des angles d'enroulement dans notre étude, les niveaux des facteurs portant sur les angles d'enroulement sont dépendants les uns des autres) d'autres types de plan, autres que les plans usuels classiques (figure D.2), devront être utilisés. De plus, l'application de contraintes sur les facteurs est en général une démarche spécifique au problème ce qui implique une construction du plan dépendante du problème. Plusieurs critères d'optimisation peuvent être employés pour construire un plan d'expériences spécifique (c.-à-d. respectant les contraintes, figure D.3) au problème tout en limitant la variance d'estimation des termes du modèle :

- plans D-optimal ;
- plans A-optimal ;
- plans E-optimal ;
- plans G-optimal ;
- plans IV-optimal.

Contrairement, aux plans usuels construits à partir de règles algébriques, ces plans optimaux doivent être construits à partir des règles algorithmiques dont le but est d'extraire à partir du domaine de recherche des combinaisons permettant de satisfaire un des critères algébriques cités ci-dessus. Cette recherche peut se faire à partir, par exemple, d'un algorithme d'échange [21, 22].

Un plan D-optimal cherche à minimiser le déterminant de la matrice de dispersion (variance-covariance) c.-à-d. à maximiser le déterminant de la matrice d'information tXX . Le déterminant de la matrice d'information traduit la quantité d'informations apportée par la stratégie expérimentale, pour l'estimation des coefficients des termes du modèle postulé. Ainsi plus la valeur du déterminant sera élevée, plus la précision sur l'estimation des coefficients du modèle sera fine. Ce type de plan constitue un bon complément aux plans de criblage pour repérer les facteurs les plus importants sur la réponse.

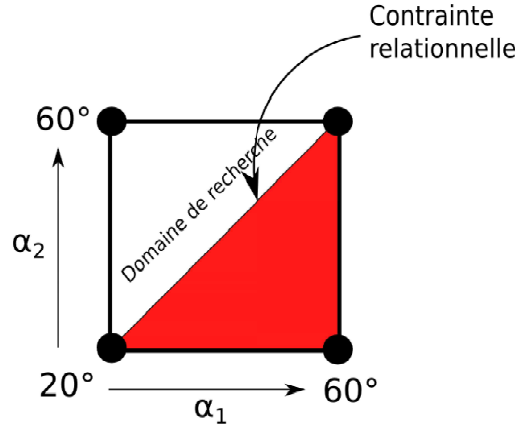


Figure D.3 – Contrainte relationnelle entre le facteur α_1 et le facteur α_2 : $\alpha_2 \geq \alpha_1$.

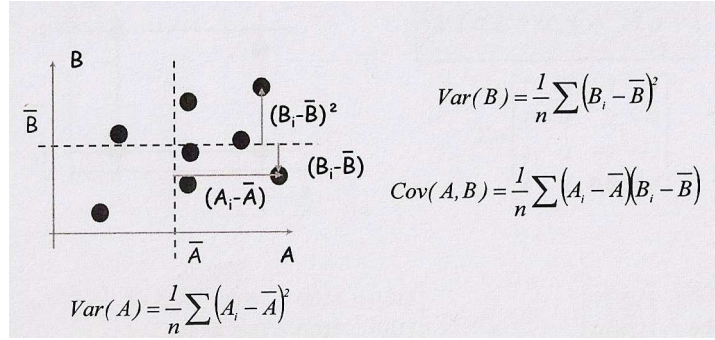


Figure D.4 – Variance-Covariance [14].

Un plan A-optimal cherche à minimiser la trace de la matrice de dispersion. Cela revient donc à minimiser la somme des variances et donc l'incertitude affectant les estimations des coefficients du modèle. De même, minimiser en valeur absolue les termes hors diagonale permet d'augmenter l'indépendance entre les valeurs estimées des termes :

$$\begin{aligned}
 Var(\hat{A}) &= \sigma^2 \cdot (^t X X)^{-1} \\
 &= \begin{pmatrix} Var(a_0) & \dots & & & \\ \vdots & Var(a_1) & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & Var(a_i) & Cov(a_i a_j) \\ & & & Cov(a_i a_j) & Var(a_j) \\ & & & & & \ddots & \vdots \\ Cov(a_0 a_m) & & & & & \dots & Var(a_m) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{D-6}$$

Un plan E-optimal cherchera à minimiser la valeur propre maximale de la matrice de dispersion. Contrairement à la D-optimalité, la E-optimalité cherchera à étaler les expériences dans tout le domaine de recherche. Le coût numérique de la recherche du plan E-optimal est élevé du fait du calcul des valeurs propres pour chaque plan testé par l'algorithme d'échange.

Un plan G-optimal cherchera à minimiser la variance maximale sur les valeurs prédites (minimisation du terme maximal de la matrice de Hat sur la diagonale) :

$$H = X({}^tXX)^{-1}{}^tX \quad (\text{D-7})$$

Un plan IV-optimal (Integrated Variance) cherchera à minimiser la variance de prédiction moyenne sur l'ensemble du domaine de recherche. Pour calculer la réponse du modèle en un point du domaine de recherche, il suffit de multiplier le vecteur ligne position du point tx_p , en lequel on veut évaluer la réponse, par le vecteur des coefficients estimés du modèle :

$$\hat{Y} = {}^tx_p\hat{A} \quad (\text{D-8})$$

La variance sur la valeur prédite en ce point est donnée par :

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{y}(x_p)) &= \text{Var}({}^tx_p\hat{A}) \\ &= {}^tx_p\text{Var}(\hat{A})x_p \\ &= \sigma^2 {}^tx_p({}^tXX)^{-1}x_p \end{aligned} \quad (\text{D-9})$$

et la variance moyenne normalisée intégrée sur le domaine de recherche par :

$$\begin{aligned} IV &= \frac{n}{A} \int_D \text{Var}(\hat{y}(x)) dx \\ &= \frac{n}{A} \text{trace}(({}^tXX)^{-1})M \text{ avec } M = \int_D {}^txx dx \end{aligned} \quad (\text{D-10})$$

où A est le volume du domaine de recherche D . Si le domaine de recherche est constitué de m facteurs à deux niveaux normalisés en ± 1 alors celui-ci est restreint à l'hypercube de dimension $[-1, 1]^m$ pour lequel $A = 2^m$.

Dans cette étude, nous avons utilisé le critère IV-optimal pour construire le plan d'expériences spécifique à notre problème du fait de la contrainte sur les angles d'enroulement. Ce critère permet de répartir de manière assez uniforme les expériences dans le domaine de recherche. Il est donc à privilégier lorsqu'on souhaite construire un modèle le plus prédictif possible.

On remarquera que certains critères travaillent dans l'espace des observations tandis que d'autres travaillent dans l'espace des paramètres (estimations) du modèle.

D.2.3 Vérification des hypothèses

Analyse de la régression

La régression multi-linéaire utilisée pour trouver les estimateurs du modèle (vecteur \hat{A}) implique certaines hypothèses qu'il nous faut vérifier a posteriori :

- les résidus doivent suivre une loi normale centrée (si les résidus ne suivent pas une loi normale centrée (moyenne des erreurs non nulle) alors c'est qu'il existe des possibilités de modélisation encore non exploitées : les résidus dépendent des valeurs prises par d'autres facteurs explicatifs). Cela se vérifie en traçant un diagramme Q-Q plot qui permet de comparer les quantiles de deux distributions de données. Si les résidus suivent la loi normale, le diagramme se présentera sous la forme d'une droite (figure D.5) ;
- homoscédasticité (homogénéité) de la variance résiduelle. Cela se vérifie en traçant les résidus en fonction de la réponse. La variance des résidus doit être homogène sur le domaine de recherche (figure D.6) ;
- indépendance des résidus. Cela se vérifie en traçant les résidus en fonction du numéro de l'expérience (figure D.7).

Les éventuelles expériences aberrantes peuvent être repérées via la distance de Cook [23].

Analyse de la variance

La pertinence du modèle de prédiction (métamodèle) s'appuie sur l'équation de l'analyse de la variance. La somme des carrés de la totalité des écarts à la moyenne peut se décomposer suivant :

$$S_T = S_E + S_R \tag{D-11}$$

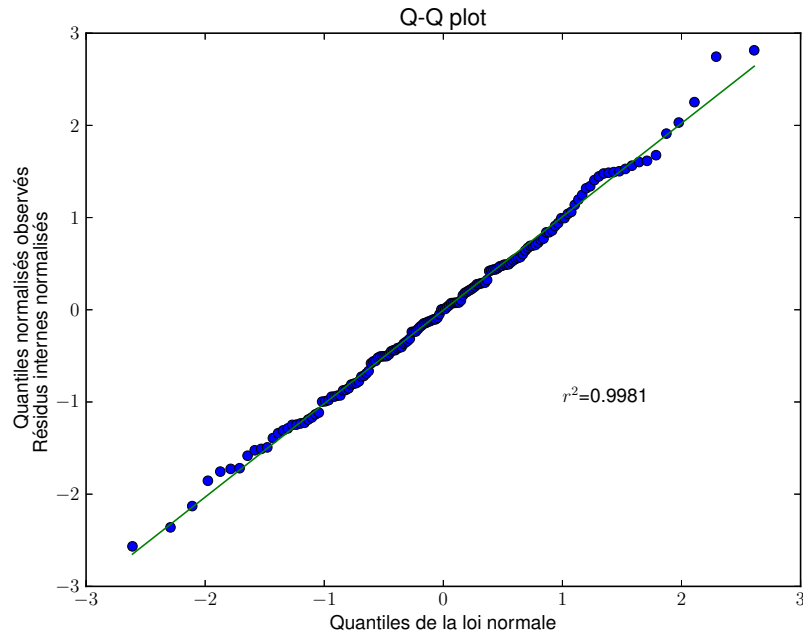


Figure D.5 – Vérification de l’hypothèse de normalité des résidus. La courbe doit se rapprocher d’une droite si la distribution des résidus suit bien la loi normale centrée.

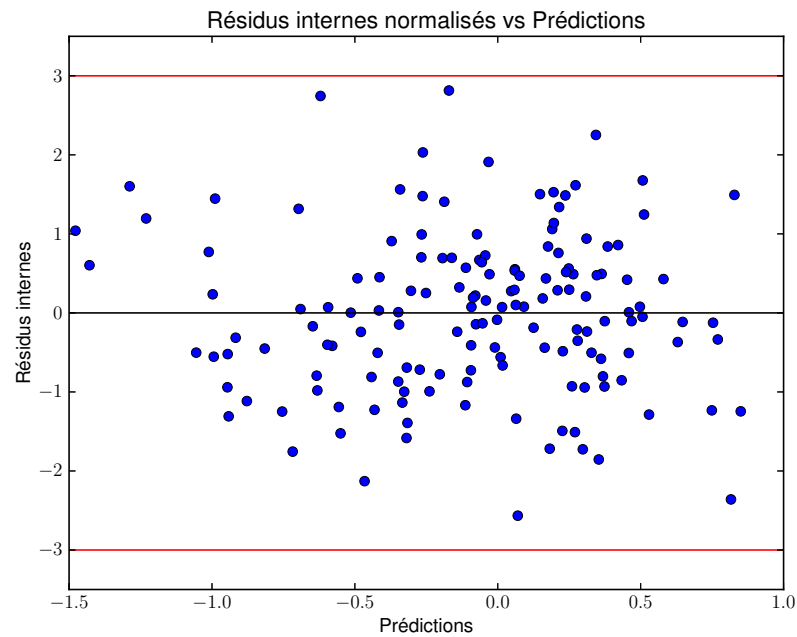


Figure D.6 – Vérification de l’hypothèse d’homoscédascité de la variance des résidus. Aucune tendance ne doit être détectée en fonction de la valeur de la réponse.

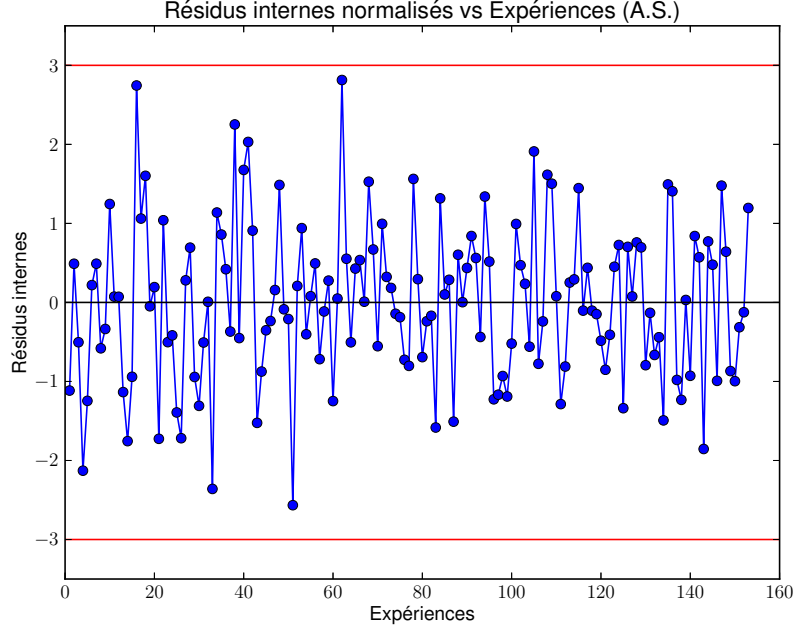


Figure D.7 – Vérification de l’hypothèse d’indépendance des résidus. Aucune tendance ne doit être détectée en fonction des expériences.

où $S_T = \sum_i (y_i - \bar{y})^2$, $S_E = \sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ et $S_R = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$. S_E traduit la variabilité expliquée par le modèle, S_T la variabilité non-expliquée par le modèle.

Ainsi la variance résiduelle peut être calculée par :

$$V_R = \frac{S_R}{n - p} \quad (\text{D-12})$$

et la variance du modèle par :

$$V_E = \frac{S_E}{p} \quad (\text{D-13})$$

Les variances des termes du modèle peuvent être également calculées ($\frac{na_i^2}{ddl_{a_i}}$ où le terme « ddl » représente le degré de liberté). Ces variances peuvent ensuite être comparées à la variance résiduelle par un test de Snedecor (le rapport des variances suit une « loi de F ») pour statuer sur la pertinence du terme dans le modèle. La variance du terme devra être fortement différente de la variance résiduelle pour que celui-ci soit jugé pertinent dans le modèle. Il est d’une importance vitale de retirer les termes non pertinents car ceux-ci

introduisent de la variabilité dans le modèle, le rendant moins stable par validation croisée. Nous renvoyons le lecteur aux ouvrages spécialisés pour le détail du test de Snedecor.

Le coefficient de corrélation multiple est défini par :

$$R^2 = 1 - \frac{S_R}{S_T} \text{ avec } 0 \leq R^2 \leq 1 \quad (\text{D-14})$$

il traduit la variation expliquée par le modèle et donc la qualité de la régression. Ce critère est pertinent mais à tendance à augmenter avec le nombre d'expériences. On lui préfère le coefficient de corrélation ajusté c.-à-d. corrigé par les degrés de liberté :

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{\frac{n}{n-p} S_R}{S_T} \text{ avec } 0 \leq R_{adj}^2 \leq 1 \quad (\text{D-15})$$

À partir du « PRESS » (Predicted Residuals Sum of Squares où les calculs des résidus sont effectués à partir d'une validation croisée leave-one-out exhaustive.), le coefficient de corrélation prédictif peut être calculé :

$$R_{Pred}^2 = 1 - \frac{PRESS}{S_T} \text{ avec } 0 \leq R_{pred}^2 \leq 1 \quad (\text{D-16})$$

ce critère est une mesure de la qualité prédictive du modèle.

D.3 Krigeage

Face à la difficulté à obtenir une bonne précision sur les prédictions du métamodèle « PRESSION » basée sur un modèle polynomial à interactions, nous avons cherché à améliorer sa capacité de prédiction par l'usage du krigeage.

Le krigeage est une méthode d'estimation spatiale optimale au sens statistique car tenant compte de l'organisation spatiale des données (corrélations des données) et permettant de s'ajuster de manière parfaite à ces dernières (interpolation). Il s'agit d'une méthode d'interpolation linéaire prenant en compte la covariance spatiale des données, qui se distingue par ses caractéristiques d'estimation non-biaisée et d'estimation de la variance associée qu'elle cherche à minimiser. Elle présente donc l'avantage de considérer les distances entre les données et les distances entre les données et la cible (point pour lequel

on veut évaluer la réponse). La prédiction de la réponse par la méthode du krigeage au point x_p est issue de l'évaluation d'une fonction linéaire des n observations de la réponse aux points du plan :

$$\hat{y}(x_p) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(x_p)y(x_i) + k \quad (\text{D-17})$$

soit sous forme matricielle :

$$\hat{y}(x_p) = {}^t\lambda Y + k$$

où k est une constante. L'enjeu de la méthode du krigeage consiste à attribuer et identifier les poids λ_i des observations de sorte à garantir l'interpolation des données aux points du plan et à minimiser la variance de l'estimation par prise en compte de l'organisation spatiale des données.

Sous l'hypothèse stationnaire d'ordre 2 (moyenne d'une fonction aléatoire constante et covariance invariante par translation) et de positivité (variance positive), la minimisation de l'erreur d'estimation (minimisation de la variance) et le respect de la condition de non-biais permettent de trouver les poids optimaux. Ceux-ci dépendent de la covariance entre les observations.

Diverses variantes du krigeage existent :

- krigeage simple, où la moyenne des observations est supposée connue ;
- krigeage ordinaire, où la moyenne des observations est inconnue mais définie ;
- krigeage universel, où une tendance (dérive) est ajoutée.

Plus de détails sur la méthode du krigeage sont présentés dans [24–30].

D.3.1 Krigeage simple résiduel

Face à la difficulté à obtenir une bonne précision sur les prédictions du métamodèle « PRESSION » basée sur un modèle polynomial à interactions, nous avons cherché à améliorer sa capacité de prédiction par l'ajout d'un terme correctif au modèle polynomial. Ce terme correctif vise à réduire les résidus (écart entre la réponse prédite et observée). D'après les hypothèses de construction du métamodèle polynomial, les résidus suivent une loi normale centrée. L'espérance mathématique (moyenne) des résidus est donc nulle et connue. De ce fait, l'application de la méthode du krigeage simple peut s'appliquer sur les résidus. Ce type de modèle sera appelé « modèle mixte » résultant de l'association du modèle polynomial et du krigeage simple résiduel.

Dans le cadre du krigeage simple, les poids optimaux sont solutions du système :

$$C\lambda = C_0 \quad (\text{D-18})$$

soit :

$$\begin{aligned} \lambda &= C^{-1}C_0 \\ {}^t\lambda &= {}^tC_0C^{-1} \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} C &= Cov(y(x_i), y(x_j)) \\ &= \begin{pmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n,1} & \cdots & C_{n,n} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{D-19})$$

$$C_0 = Cov(y(x_i), y(x_0)) = \begin{pmatrix} C_{1,0} \\ \vdots \\ C_{n,0} \end{pmatrix} \quad (\text{D-20})$$

et

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} \quad (\text{D-21})$$

Dans le cas du krigeage simple où la fonction aléatoire est d'espérance mathématique nulle, l'estimation du résidu E au point x_p est donnée par :

$$\hat{E}(x_p) = {}^t\lambda E \quad (\text{D-22})$$

avec :

$$E = \begin{pmatrix} y_1 - \hat{y}_1 \\ \vdots \\ y_n - \hat{y}_n \end{pmatrix} \quad (\text{D-23})$$

où Y est la réponse observée et \hat{Y} la réponse prédite par le métamodèle polynomial.

La variance d'estimation est donnée par :

$$\begin{aligned}\sigma_{KS}^2 &= Var(E(x_p) - \hat{E}(x_p)) \\ &= C_{0,0} - {}^t\lambda C_0 \\ &= \sigma^2 - {}^t\lambda C_0\end{aligned}\tag{D-24}$$

Ainsi, la réponse prédite par le modèle mixte au point x_p est :

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{mixte} &= {}^t x_p \hat{A} + {}^t\lambda E \\ &= {}^t x_p \hat{A} + {}^t\lambda (Y - {}^t x_p \hat{A}) \\ &= {}^t x_p \hat{A} + {}^t C_0 C^{-1} (Y - {}^t x_p \hat{A})\end{aligned}\tag{D-25}$$

D.3.2 Krigeage ordinaire

Dans le but de comparer les métamodèles, nous avons également mis en place la méthode du krigeage ordinaire. Contrairement, au krigeage simple résiduel, les réponses considérées ici ne sont plus les résidus mais directement la réponse classique (par exemple : valeurs de la pression aux points du plan dans le cas du métamodèle « PRESSION »). Dans le cadre du krigeage ordinaire, les poids optimaux sont solutions du système :

$$C\lambda = C_0\tag{D-26}$$

avec

$$C = \begin{pmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n,1} & \cdots & C_{n,n} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}\tag{D-27}$$

$$C_0 = Cov(y(x_i), y(x_0)) = \begin{pmatrix} C_{1,0} \\ \vdots \\ C_{n,0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (D-28)$$

et

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} \quad (D-29)$$

où μ est le multiplicateur de Lagrange (minimisation sous contrainte de la variance d'estimation par la méthode de Lagrange).

L'estimation de la réponse au point x_p est donnée par :

$$\hat{Y}_{KO}(x_p) = {}^t\lambda Y$$

avec :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D-30)$$

et la variance d'estimation par :

$$\begin{aligned} \sigma_{KO}^2 &= Var(y(x_p) - \hat{y}(x_p)) \\ &= C_{0,0} - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{i,0} - \mu \\ &= C_{0,0} - {}^t\lambda C_0 \\ &= \sigma^2 - {}^t\lambda C_0 \end{aligned} \quad (D-31)$$

Contrairement au modèle mixte qui résulte de la combinaison d'un terme de tendance (modèle polynomial) et d'un terme de corrélation (correction des résidus par la méthode du krigeage simple résiduel), le modèle issu de la méthode de krigeage ne possède pas de terme de tendance. Cela implique qu'il ne sera capable de fournir des estimations précises

de la réponse que dans les zones correctement échantillonnées. Dans les zones peu ou pas échantillonnées les estimations de la réponse se réduiront à la moyenne des observations sur l'ensemble des points. Le modèle mixte, lui, conservera dans ces zones la tendance qui sera généralement meilleure que la simple moyenne.

D.3.3 Corrélation spatiale et échantillonnage

Corrélation spatiale

La mise en application du krigeage nécessite la définition d'une structure de corrélation spatiale entre les données pour renseigner les matrices de covariance introduites ci-dessus. En supposant, que la réponse soit une fonction stationnaire d'ordre 2 (la covariance ne dépend pas de la localisation des points mais de la distance), la covariance est identique pour tous les points séparés de la même distance. Ainsi :

$$Cov(y(x), y(x + d)) = Cov(d) \quad \forall x \in D$$

où d est la distance.

L'utilisation d'un semi-variogramme permet de définir la corrélation spatiale des données. Le semi-variogramme théorique, sous l'hypothèse stationnaire, est défini par :

$$\begin{aligned} \gamma_{theo}(d) &= f(d) \\ &= \frac{1}{2} Var(y(x) - y(x + d)) \end{aligned} \tag{D-32}$$

Le semi-variogramme est relié à la covariance par :

$$\gamma_{theo}(d) = \sigma^2 - Cov(d) \tag{D-33}$$

En pratique, le semi-variogramme expérimental est utilisé pour définir la corrélation spatiale. Dans le cas isotrope, celui-ci est défini par :

$$\gamma_{exp}(d) = \frac{1}{2P(d)} \sum_{i=1}^{P(d)} (y(x_i) - y(x_i + d)) \tag{D-34}$$

où $P(d)$ est le nombre de paires de points séparés par la distance h . Suivant la nature et

la grandeur des variables ou facteurs, il est improbable de retrouver la même corrélation spatiale suivant toutes les directions. Dans ce cas, la corrélation est dite anisotrope et le calcul de la distance doit être modifié pour se ramener au cas isotrope :

$$d(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^m \left(\frac{x_{ik} - x_{jk}}{\theta_k} \right)^2} \quad (\text{D-35})$$

avec θ_k des paramètres d'échelle (longueurs de corrélation), $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{im})$, $i = 1, \dots, n$ (équation (D-3)) et m le nombre de facteurs.

À partir du semi-variogramme expérimental, généralement la structure du semi-variogramme peut être choisie (choix de la fonction f , introduite ci-dessus et qui sera utilisée par la suite dans le processus de krigeage). Toutefois cela impose d'avoir un nombre de points expérimentaux n assez important suivant toutes les directions pour construire le semi-variogramme expérimental et constater l'anisotropie, ce qui n'est pas le cas avec le plan d'expériences initial utilisé dans cette étude. De plus, il est souvent difficile d'identifier une structure pour le semi-variogramme lorsque le nombre de variables devient important et lorsque le modèle mixte est utilisé (influence de modèle polynomial (tendance) dans le calcul des résidus [31]).

Pour ces raisons, nous avons fait l'hypothèse d'une structure de covariance Gaussienne pour les résidus dans le cas du krigeage résiduel et pour les réponses classiques dans le cas du krigeage ordinaire :

$$Cov_{Gauss} = cov(d) = \sigma^2 \exp \left(- \left(\frac{d\sqrt{3}}{\tau} \right)^2 \right) \quad (\text{D-36})$$

où τ est la portée du semi-variogramme, distance à partir de laquelle deux points ne sont plus corrélés (covariance nulle). Cette hypothèse se justifie par la distribution normale des résidus à l'issue de la construction du modèle polynomial.

Dans le cas du krigeage simple, l'hypothèse de stationnarité est plus forte que pour le krigeage ordinaire : le semi-variogramme doit posséder un palier. D'autres types de semi-variogramme ou combinaisons de semi-variogrammes existent :

- semi-variogramme puissance ;
- semi-variogramme exponentiel ;
- semi-variogramme sphérique.

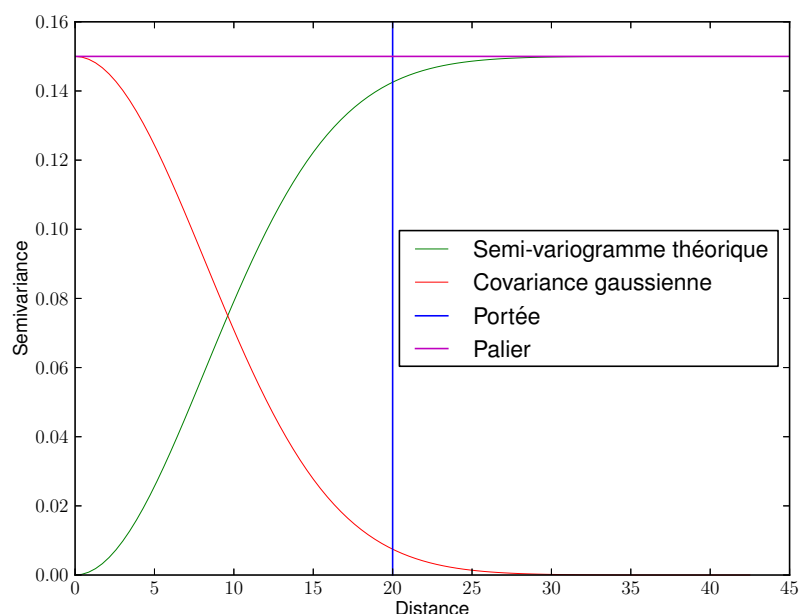


Figure D.8 – Covariance Gaussienne et semi-variogramme théorique : le palier correspond à la variance aléatoire σ^2 et la portée correspond à la longueur de corrélation.

Échantillonnage

La précision sur les estimations par la méthode du krigeage sera d'autant plus importante que le nombre de points considérés dans la construction de la matrice de covariance sera important. Cela implique généralement de construire un plan complémentaire au plan d'expériences initial dans lequel les emplacements des points d'expériences sont généralement trop diffus dans l'espace de recherche. Des plans « minimax » [32] pourront à ce titre être utilisés pour compléter le plan initial. Ces plans minimisent la distance maximale entre tous les points du domaine de recherche. Dans le cas du krigeage, l'intérêt de ce type de plan réside dans la possibilité d'échantillonner le domaine de recherche avec des points dont la distance maximale inter-points est inférieure à la portée. Cela permet de s'assurer qu'au moins un point intervient dans le calcul de l'estimation de la réponse à n'importe quel endroit du domaine de recherche. En contre-partie, ce plan sera coûteux en termes d'expériences. Dans notre étude, l'utilisation combinée des bornes d'incertitude des trois métamodèles (cf. validation croisée, annexe E, page 214) et des spécificités du cahier des charges (pression d'éclatement minimale à satisfaire, mode d'éclatement) permet de recadrer le domaine de recherche et de n'échantillonner que dans les zones d'intérêt.

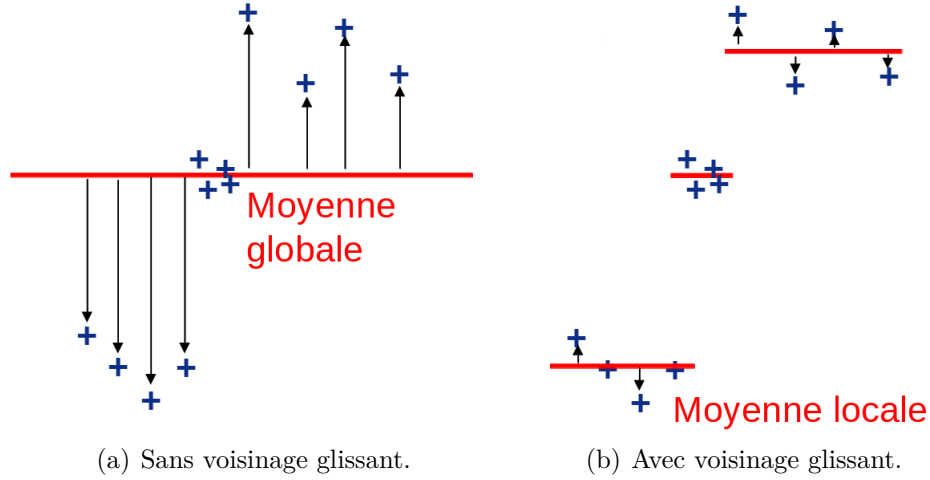


Figure D.9 – Principe de la méthode du voisinage glissant : ajustement local de la moyenne krigée.

La démarche mise en place dans le cadre du modèle mixte est une démarche de modélisation adaptative consistant à construire un premier métamodèle via l'utilisation d'un plan d'expériences puis si nécessaire de compléter cette première démarche de modélisation par l'ajout d'un modèle de corrélation capable de corriger les imperfections du modèle polynomial dans les zones d'intérêt. Par ce processus, le nombre d'expériences ou d'analyses structurelles est maîtrisé et de nombreux enseignements sur le problème sont acquis.

D.3.4 Voisinage glissant

Dans le cas du krigeage ordinaire, il peut être intéressant d'utiliser une moyenne locale définie à partir des points se situant dans le voisinage immédiat du point où l'on souhaite évaluer la réponse. Les résultats ont montré que cette amélioration permettait d'améliorer sensiblement la qualité des estimations de la réponse. La mise en pratique de la méthode du voisinage glissant nécessite de définir un nombre minimal de points à considérer dans le voisinage. Le principe de base est de partir d'un rayon de voisinage très faible et de l'augmenter par incrément jusqu'à satisfaction du nombre minimal du point souhaité. Les points sont repérés et ajoutés au voisinage via le calcul de la distance anisotrope (équation (D-35)). La figure D.9 illustre le principe de la méthode du voisinage glissant.

E Validation croisée

Cette annexe présente de manière succincte l'intérêt et le principe de la validation croisée dans le processus d'optimisation.

E.1 Principe et intérêt

La méthode de la validation croisée est avant tout une méthode permettant de statuer sur la qualité d'un métamodèle en termes de précision (erreur de prédiction) et de stabilité (par rapport à l'ajout ou au retrait d'expériences dans le jeu d'apprentissage) du métamodèle. Ces deux aspects sont cruciaux. En effet, un métamodèle constitue une approximation d'un processus complexe. Cette approximation est donc entachée d'une erreur qu'il nous faut qualifier et qui risque de mettre en défaut la démarche d'optimisation employée. Nous devons donc disposer d'indicateurs de qualité permettant de statuer sur la confiance à accorder au métamodèle et donc sur sa capacité à retraduire le comportement du processus original. Comme évoqué dans l'étude [33] et dont nous reprenons les développements ici, l'objectif n'est pas de disposer d'une méthode infaillible mais d'une méthode qui nous indique lorsqu'elle est mise en défaut.

L'intérêt de la validation croisée dans notre démarche d'optimisation est quadruple :

- elle permet de ne pas avoir recours à des analyses structurelles supplémentaires coûteuses pour qualifier les métamodèles ;
- elle permet de qualifier les métamodèles ;
- elle permet de vérifier certaines hypothèses et surtout de trouver les bornes d'incertitude de prédiction des métamodèles qui serviront dans le processus d'optimisation ;
- il s'agit d'un outil graphique, plus facile à interpréter pour le concepteur.

Supposons que pour construire notre métamodèle principal, nous disposions de N résultats d'analyses structurelles. Ce paramètre N doit être légèrement supérieur au nombre minimal d'analyses structurelles N_{min} pour identifier le métamodèle. En pratique, cela est souvent le cas lorsque l'on essaie d'améliorer la surface de réponse en ajoutant des analyses structurelles. L'ensemble des N analyses structurelles constituera notre jeu d'apprentissage initial du métamodèle principal. Le principe de la validation croisée est de subdiviser ce jeu d'apprentissage initial en deux sous-jeux s'excluant mutuellement :

- un sous-jeu d'apprentissage comprenant K analyses structurelles ($N_{min} \leq K \leq N$) ;
- un jeu de validation, le jeu de validation comprend toutes les analyses structurelles non utilisées ($N - K$ analyses structurelles) pour identifier le sous-métamodèle.

Le sous-jeu d'apprentissage permettra d'identifier un sous-métamodèle du métamodèle principal. Celui-ci sera utilisé pour prédire les réponses du processus original aux points du jeu de validation. Les erreurs de prédiction pourront être ainsi calculées en des points non utilisés pour construire le sous-métamodèle. La démarche est répétée M fois pour que chacune des N analyses structurelles soient considérées au moins un certain nombre de fois V dans le jeu de validation. Ainsi M sous-métamodèles sont créés permettant de calculer les erreurs de prédiction pour toutes les analyses structurelles servant à identifier le métamodèle principal.

Diverses variantes de validation croisée existent :

- méthode du « leave-K-out »², extension des méthodes dites de « p-cross validation » où le métamodèle est réidentifié p fois sur des ensembles d'apprentissage différents ;
- méthode du « Jacknife », méthode proche du « leave-one-out »³ destinée à identifier les estimations sur le biais et les erreurs sur les paramètres statistiques, plutôt que l'erreur de généralisation ou de prédiction globale ;
- méthode du « bootstrap », méthode similaire au leave-K-out mais dont les jeux d'apprentissage sont construits par tirages aléatoires avec remise.

Ces méthodes sont davantage décrites dans [33–37]. À noter que dans le cas d'un « leave-K-out » exhaustif, les identifications des sous-métamodèles sont au nombre de C_N^K en listant tous les jeux d'apprentissage possibles. Ce nombre pouvant très rapidement devenir élevé, nous considérerons la variante qui consiste à ne construire aléatoirement que M jeux d'apprentissage, M étant fixé a priori. L'algorithme E.1 résume l'approche décrite.

E.2 Erreur de généralisation

L'erreur de généralisation est l'erreur quadratique moyenne du métamodèle calculée sur un jeu de validation de taille infinie :

$$E_{gen} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^M (Y_{pred}(i) - Y_{obs}(i))^2}{M} \quad (\text{E-1})$$

où $Y_{pred}(i)$ et $Y_{obs}(i)$ sont respectivement la réponse prédite par le métamodèle et la réponse issue du processus original au point d'identification d'indice i . Constituer un jeu

2. Méthode précédemment décrite.

3. Dans le cas du « leave-one-out » le jeu de validation est constitué du jeu initial d'apprentissage auquel a été retiré une seule analyse structurelle.

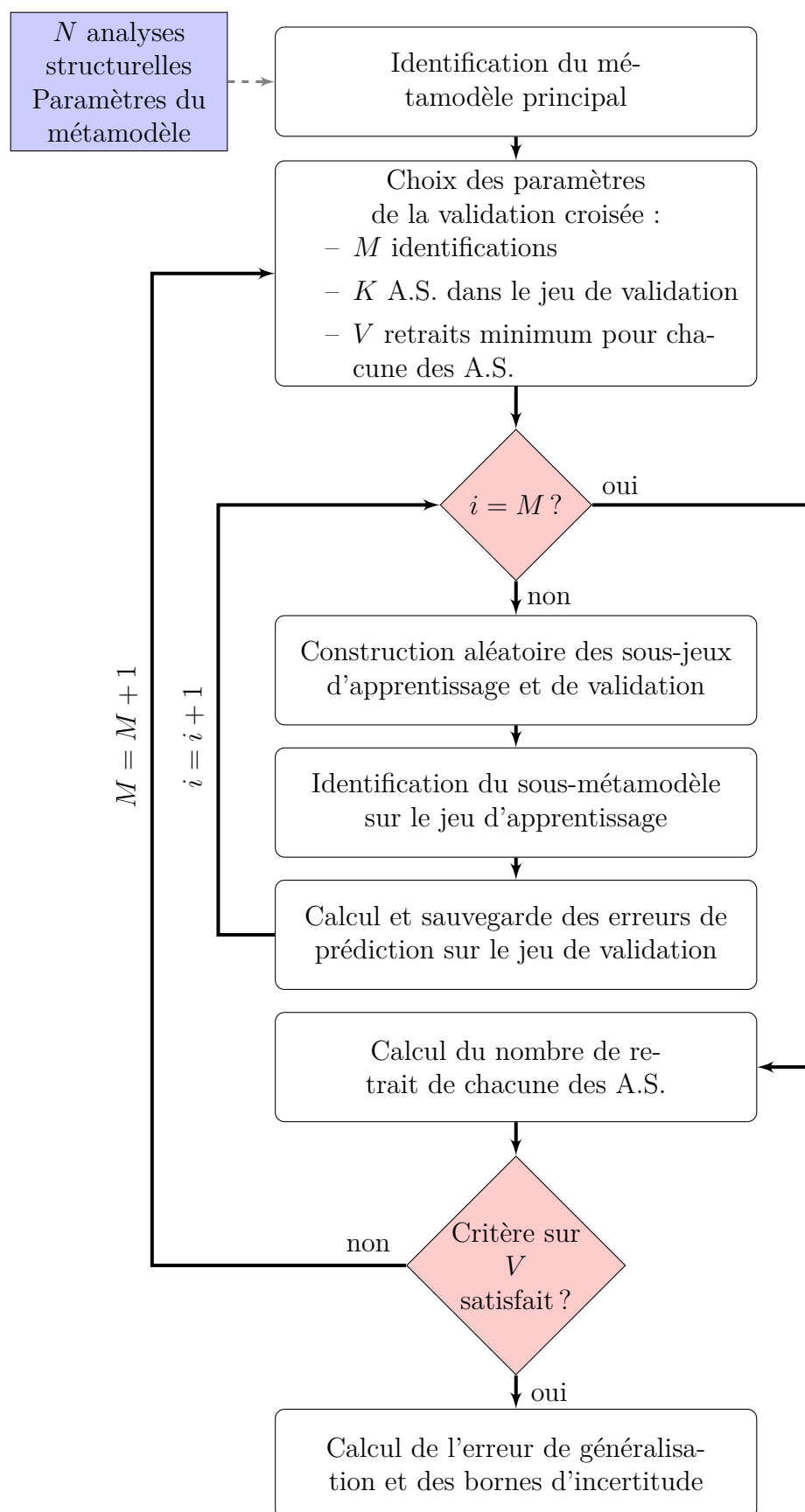


Figure E.1 – Principe de la méthode de validation croisée employée.

de validation de taille infinie, n'est bien sûr pas une tâche envisageable. L'intérêt de la validation croisée réside dans la possibilité de donner une estimation de cette erreur de généralisation c.-à-d. une estimation de l'erreur commise par le métamodèle sur l'ensemble du domaine de recherche et non pas seulement aux points d'identification du métamodèle (ce qui n'aurait d'ailleurs pas de sens pour une méthode d'interpolation). Cet indicateur est intéressant pour la construction du métamodèle pour lequel on cherchera à réduire cette erreur.

L'erreur de généralisation moyenne par « leave-one-out » peut être calculée par :

$$E_{gen} = \sqrt{\frac{PRESS}{n}} \quad (\text{E-2})$$

où n est le nombre d'expériences du plan.

Toutefois, cet indicateur n'est pas suffisant pour identifier des bornes d'incertitude sur l'erreur de prédiction à 95% de confiance, comme cela a été montré dans [33].

E.3 Qualification des métamodèles

Deux critères cruciaux doivent être vérifiés pour statuer sur la qualité du métamodèle et savoir si le métamodèle est acceptable ou non :

- la précision ;
- la stabilité.

S'il paraît évident de rejeter un métamodèle dont la précision n'est pas bonne à l'issue du calcul de l'erreur de généralisation, il est tout aussi valable de rejeter un métamodèle dont la précision semble bonne mais dont la stabilité n'est pas assurée. En effet, une mauvaise stabilité implique que certains points d'identification soient prépondérants dans l'identification du métamodèle et que le fait de les retirer du jeu d'apprentissage change de façon radicale la surface de réponse. La figure E.2 illustre ces propos.

E.3.1 Précision des métamodèles

L'évaluation de la précision des métamodèles passe dans notre cas par l'établissement de graphes de dispersion [33], présentant les réponses prédites par le métamodèle en fonction des réponses observées sur le processus original aux points d'identification

(figure E.2(a)). Pour un métamodèle de précision parfaite, ce graphe de dispersion se résumerait au tracé de la première bissectrice ($Y_{pred}(i) = Y_{obs}(i)$). Les erreurs de prédiction calculées à partir de la validation croisée peuvent ensuite être reportées sur ce graphe (figure E.2(b)). Enfin, en prenant la valeur maximale et minimale sur l'ensemble des erreurs de prédiction considérées, il est possible de trouver un encadrement à 95% de confiance de l'ensemble des erreurs de prédiction (figure E.2(c)). Cet encadrement représente l'amplitude de l'erreur de généralisation. Il a été montré dans [33] qu'il permettait d'encadrer quasi systématiquement l'ensemble des réponses des tirages de Monte-Carlo, aspect qui a été confirmé lors de la campagne d'optimisation via la méthode d'optimisation « M2 » sur le modèle EF en linéaire.

Nous utiliserons par la suite dans la démarche d'optimisation cet encadrement pour définir les bornes d'incertitude quant à la précision du métamodèle.

La validation croisée peut également être utilisée pour vérifier l'hypothèse de normalité des résidus (figure E.3). Le nombre de sous-métamodèles M est un paramètre influent sur la qualité de l'histogramme obtenu. Plus ce nombre est élevé, plus l'histogramme sera lisse.

E.3.2 Stabilité des métamodèles

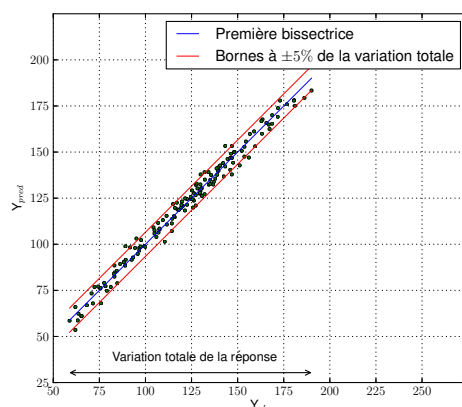
La stabilité d'un métamodèle concerne l'identification des termes du métamodèle, cela revient à caractériser l'influence des points d'identification dans la phase d'identification. Idéalement, il faut qu'aucun point ne soit prépondérant dans l'identification du métamodèle.

Plusieurs méthodes peuvent être employées pour évaluer la stabilité du métamodèle :

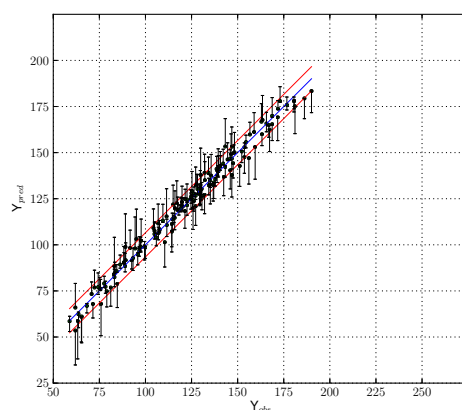
- utiliser les termes de la diagonale de la matrice de Hat (leverage), pour des métamodèles polynomiaux. Ces termes sont compris entre 0 et 1. À chacun des points d'identification est donc associée une valeur caractérisant l'influence du point sur le métamodèle. Plus cette valeur est proche de 1, plus le point est influent et le modèle susceptible d'être instable (figure E.4) ;
- utiliser un calcul d'importance relative ;
- faire des tests de Snedecor sur les termes du métamodèle (ANOVA).

L'importance relative du i ème terme du métamodèle peut être calculée à partir de l'équation :

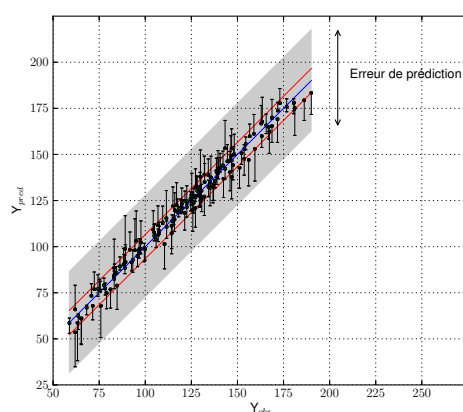
$$Imp_{rel}(terme_i) = \frac{100 \times terme_i}{\sum_{j=1}^n |terme_j|} \quad (E-3)$$



(a) Graphe de dispersion sans report des erreurs de prédiction issues de la validation croisée, la précision semble bonne.

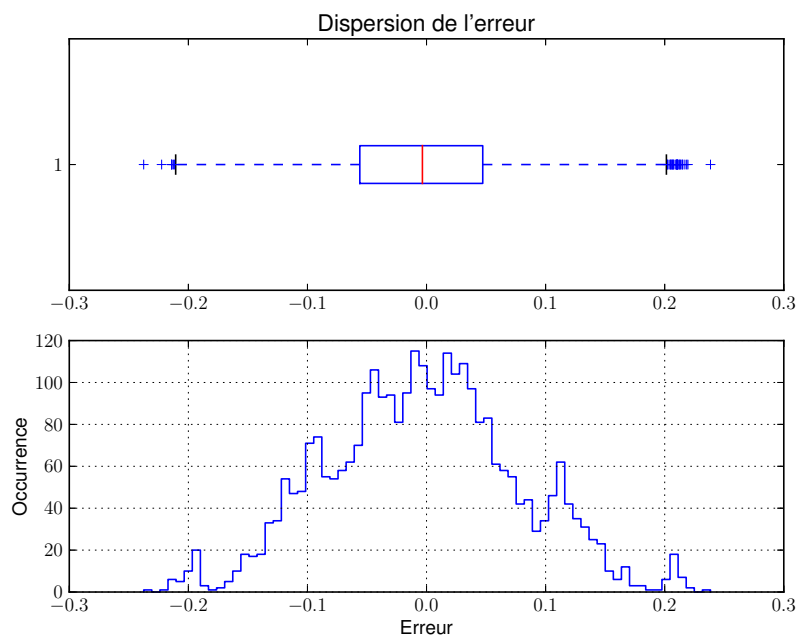


(b) Graphe de dispersion avec les erreurs de prédiction aux points d'identification.

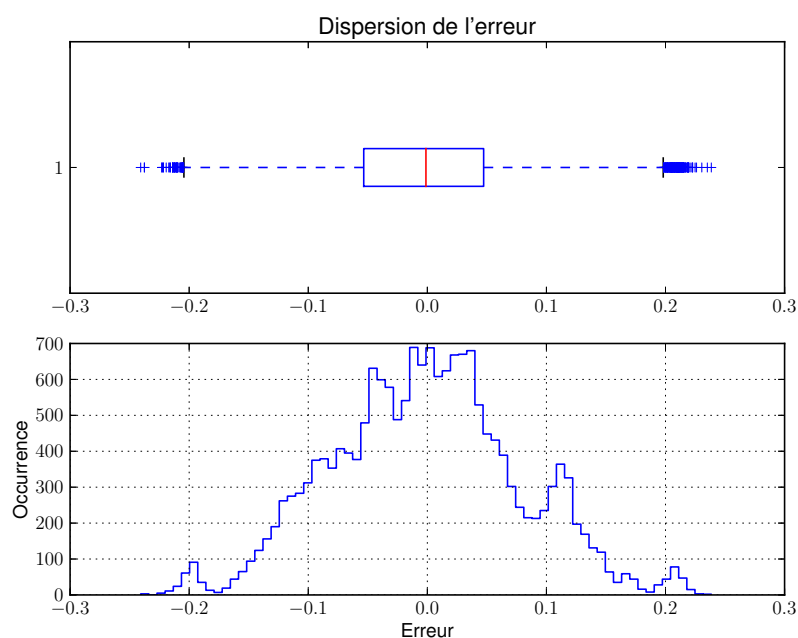


(c) Graphe de dispersion avec l'erreur de prédiction générale.

Figure E.2 – Exemple de graphe de dispersion issu de la validation croisée. *Pour plus de lisibilité, un zoom sans perte de qualité peut être appliqué.*

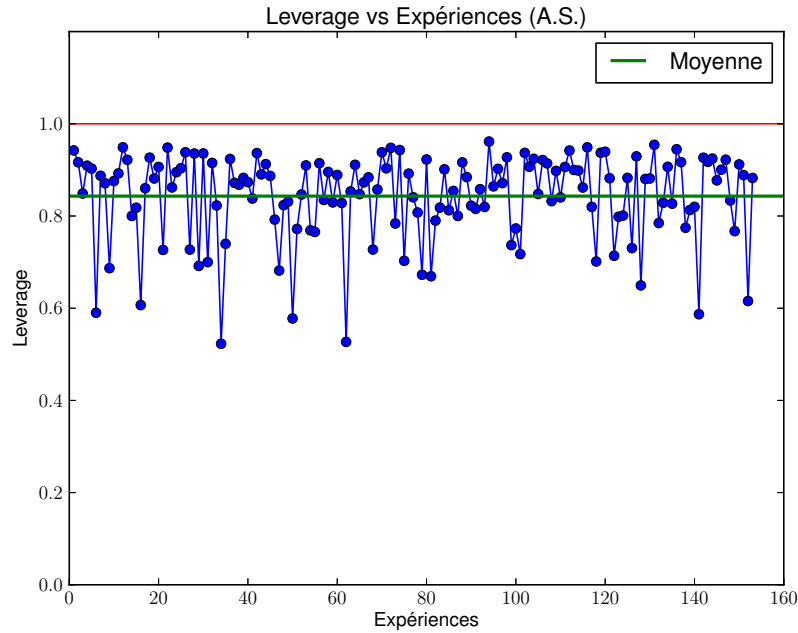


(a) $M = 600$

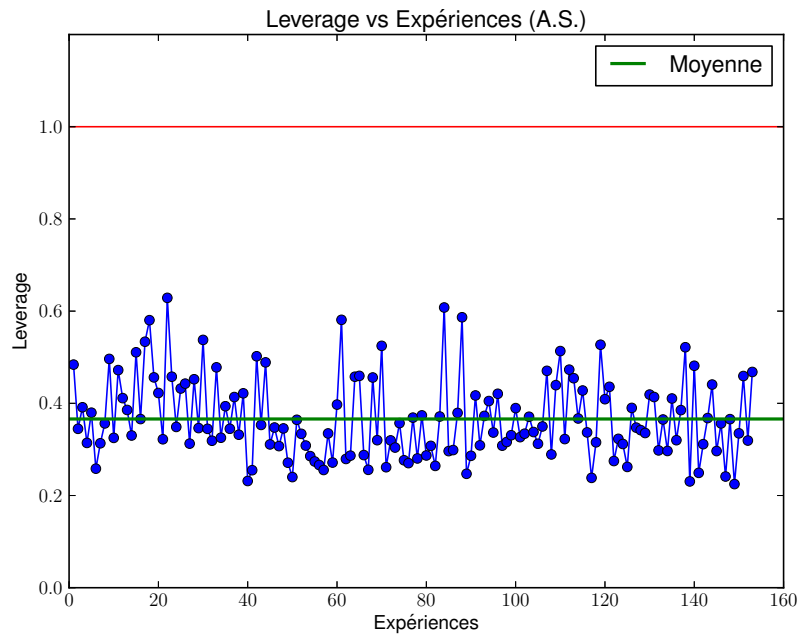


(b) $M = 3600$

Figure E.3 – La distribution de l’erreur de prédiction (résidus) peut être obtenue à l’aide de la validation croisée. Idéalement, cette distribution devrait suivre une loi normale, pour respecter pleinement les hypothèses de construction d’un métamodèle polynomial. Le nombre de sous-métamodèles M semble converger à partir de $M = 600$.



(a) Métamodèle instable.



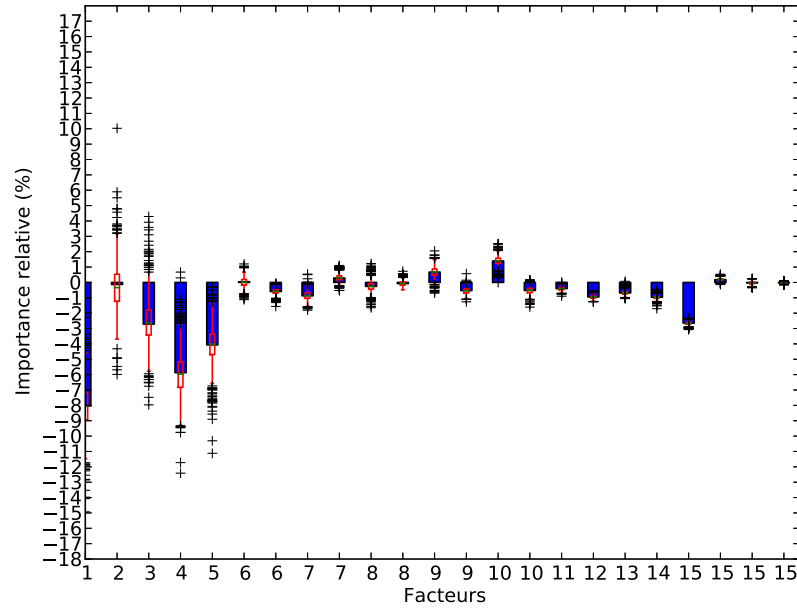
(b) Métamodèle stable.

Figure E.4 – Tracé des coefficients de leverage en fonction du numéro d'expérience ou du numéro d'analyse structurée, plus la moyenne est faible plus le métamodèle est stable. Cette méthode n'est utilisable que pour les métamodèles polynomiaux.

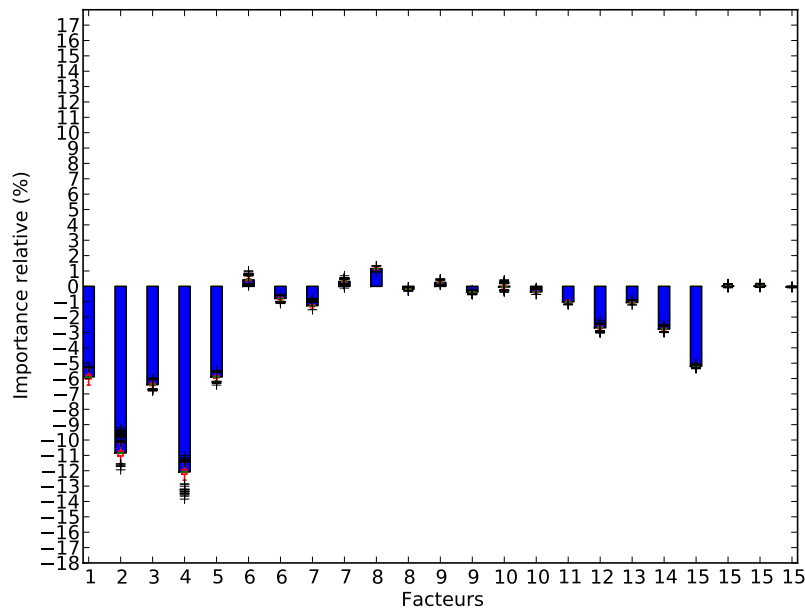
La moyenne n'est pas considérée dans le calcul de la somme.

L'importance relative des termes peut être calculée pour chacun des sous-métamodèles construits lors de la validation croisée. Ainsi, il est possible de retranscrire graphiquement sa variation pour chacun des termes. Un modèle sera d'autant plus stable que les variations des importances relatives de tous ces termes seront faibles.

Si la stabilité du métamodèle est vérifiée, le paramètre K correspondant au nombre de points d'identification retirés pour la construction des sous-métamodèles doit avoir peu d'influence sur la précision et sur la détermination des bornes d'incertitudes. Le nombre d'identifications de sous-métamodèles est un paramètre important pour la précision des résultats. Pour les métamodèles de cette étude, l'influence du paramètre M devient négligeable à partir de 500 sous-métamodèles. Les résultats en figure E.6 sont présentés pour $M = 3600$.

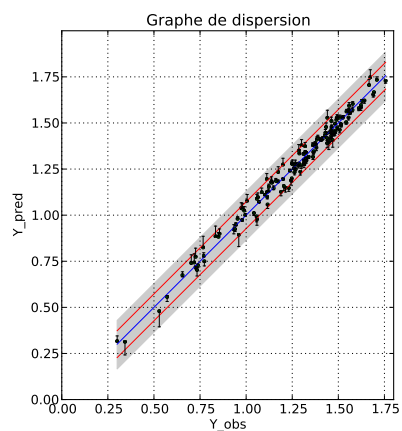


(a) Métamodèle instable.

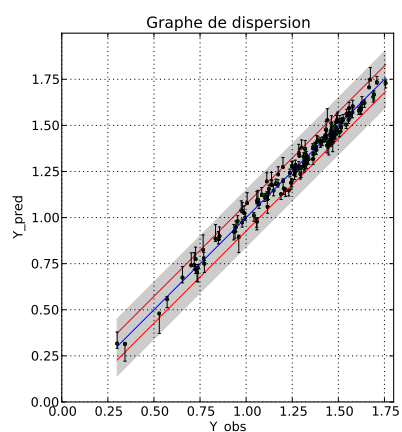


(b) Métamodèle stable.

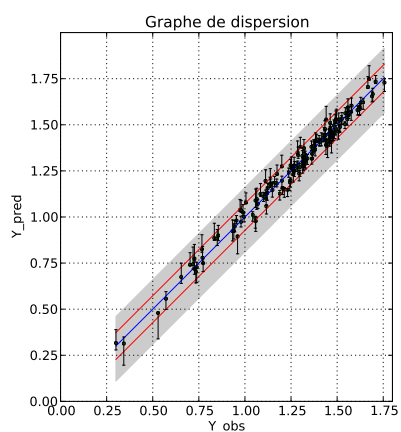
Figure E.5 – Graphe présentant la dispersion sur les importances relatives des premiers termes (facteurs) d'un métamodèle. Les boîtes à moustaches sont représentatives des dispersions obtenues à l'issue de la validation croisée. La répétition des numéros des facteurs de type discret provient de la normalisation des facteurs (contrastes polynomiaux orthogonaux). Une importance relative négative implique une diminution de la réponse quand le niveau du facteur impliqué augmente.



(a) Leave-2-out.



(b) Leave-10-out.



(c) Leave-15-out.

Figure E.6 – Graphes de dispersion issus de la validation « leave-K-out » pour différentes valeurs K et pour 3600 sous-métamodèles ($M=3600$), le paramètre K a peu d'influence sur les bornes d'incertitude pourvu que le métamodèle soit stable. *Pour plus de lisibilité, un zoom sans perte de qualité peut être appliqué.*

F Algorithme génétique

Cette annexe présente de manière succincte l'implémentation de l'algorithme d'optimisation utilisé : l'algorithme génétique.

F.1 Principe

La démarche d'optimisation réelle est réalisée par un algorithme génétique. Le choix de cette méthode d'optimisation a été dicté par les raisons suivantes :

- les algorithmes génétiques permettent d'utiliser différents types de variables d'optimisation : variables discrètes et continues ;
- les principaux inconvénients de ces méthodes (nombreuses évaluations de la fonction objectif, choix des paramètres, aspect stochastique⁴) sont réduits ou supprimés du fait de l'utilisation de métamodèles qui produisent des évaluations instantanées de la fonction objectif et des fonctions contraintes ;
- ce sont des méthodes robustes et efficaces, qui permettent de traiter des problèmes avec de nombreuses variables d'optimisation ;
- il s'agit d'algorithmes relativement faciles à implémenter et donc à adapter aux spécificités de l'étude, augmentant de ce fait leur efficacité ;
- ces algorithmes permettent un balayage de l'ensemble du domaine de recherche, il n'est donc pas nécessaire de partir d'une solution nominale de référence ;
- les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'ordre 0, tout comme les algorithmes de Nelder-Mead [38], ne nécessitant pas les évaluations des dérivées de la fonction objectif et des fonctions contraintes. Ils sont donc particulièrement adaptés dans les cas où celles-ci ne sont pas connues analytiquement, dérivables ou continues.

Au cours de l'exécution d'un algorithme génétique, un jeu initial de candidats (également appelés individus) évoluent vers un nouveau jeu d'individus (appelé population). À chaque pas ou génération, les individus sont altérés par différents opérateurs (opérateurs de sélection, de croisement et de mutation) dans le but d'améliorer la qualité de ces individus vis-à-vis de la fonction objectif (dans notre cas : masse du réservoir). L'algorithme est arrêté lorsque le nombre maximal de générations est atteint ou lorsque la qualité des

4. Un algorithme génétique est une méthode d'optimisation stochastique c.-à-d. basée sur un caractère aléatoire dans la recherche de la solution optimale. Un certain nombre de tirages (exécutions de l'algorithme) est nécessaire pour avoir une bonne confiance dans la solution optimale trouvée.

$$\left(\begin{array}{c} \boxed{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5} \\ \text{Chromosome A} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{nh_1 \ nh_2 \ nh_3 \ nh_4 \ nh_5 \ nci_1 \ nci_2 \ nci_3 \ nci_4 \ nce} \\ \text{Chromosome B} \end{array} \right)$$

Figure F.1 – Encodage des individus

individus est jugée suffisante. Le critère d'arrêt qui sera utilisé est le critère d'atteinte du nombre maximal de générations.

Les algorithmes génétiques sont une sous-famille des algorithmes évolutionnaires qui font partis de la classe des métaheuristiques⁵. Les solutions optimales trouvées par ces algorithmes sont donc toujours des solutions optimales approchées et non exactes telles qu'elles pourraient être trouvées par des méthodes d'optimisation mathématiques. Des descriptions plus complètes des métaheuristiques sont présentées dans [39, 40].

F.2 Encodage

Différents aspects, incluant l'encodage des individus, affectent le comportement d'un algorithme génétique. Dans cette étude, un encodage mixte continu/discret est utilisé. À la différence d'un encodage binaire, ce type d'encodage possède l'avantage de permettre à l'algorithme d'optimisation de travailler directement à partir des vraies variables d'optimisation. L'efficacité des opérateurs de croisement et de mutation est donc renforcée. En contre-partie, le choix des opérateurs est plus limité. L'encodage des individus peut être décrit, figure F.1, par deux vecteurs (ou chromosomes si l'on fait l'analogie avec la génétique) :

- un vecteur regroupant toutes les variables d'optimisation de type continu ou réel ;
- un second vecteur regroupant toutes les variables d'optimisation de type discret.

Notre problème d'optimisation est composé de 15 variables d'optimisation :

- 5 : angles hélicoïdaux : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$
- 5 : nombre de pseudo-couches hélicoïdales : $nh_1, nh_2, nh_3, nh_4, nh_5$
- 4 : nombre de pseudo-couches ciconférentielles internes : $nci_1, nci_2, nci_3, nci_4$
- 1 : nombre de pseudo-couches ciconférentielles externes : nce

5. Une métaheuristique est un algorithme d'optimisation procédant par itérations et apprentissage des caractéristiques du problème pour résoudre celui-ci et fournir une approximation de la meilleure solution.

F.3 Évaluations

Dans cette étude, les évaluations de la fonction objectif et des fonctions contraintes sont immédiatement retournées par les métamodèles. Sans l'utilisation de métamodèles, l'étape d'évaluation est généralement la plus coûteuse en termes de temps de calcul, rendant la démarche d'optimisation beaucoup plus lourde à mettre en place par rapport :

- aux études paramétriques à mener pour identifier les paramètres clés de l'algorithme : probabilités des opérateurs, nombre d'individus par population, nombre de générations.
- au caractère stochastique de la méthode obligeant de répéter l'exécution de l'algorithme plusieurs fois (tirages) pour avoir une bonne confiance dans l'optimum trouvé.

F.4 Opérateur de sélection

À chaque génération, il est nécessaire de sélectionner les meilleurs individus de la population avec une certaine probabilité afin de pouvoir les retrouver à la génération suivante mais surtout pour que leurs caractéristiques soient partagées (opérateur de croisement) afin d'augmenter si possible leur qualité vis-à-vis de la fonction objectif (minimisation de la masse du réservoir). L'une des caractéristiques principales de cet opérateur est donc la pression sélective exercée sur la population. C'est un opérateur clé d'un maniement délicat car opter pour une pression sélective trop forte revient à favoriser l'exploitation de l'algorithme et donc à augmenter le risque de convergence vers un optimum local. Au contraire, une pression sélective trop faible tend à rendre l'algorithme proche d'une méthode de recherche purement aléatoire.

Pour évaluer la vitesse de convergence de l'algorithme génétique, plusieurs méthodes de sélection [41, 42] ont été développées :

- sélection par roulette, méthode qui consiste à affecter à chaque individu une probabilité d'être sélectionné proportionnelle à son évaluation de la fonction objectif. La démarche la plus simple consiste en une sélection avec remise : un bon individu peut donc être sélectionné plusieurs fois ;
- sélection par reste stochastique, méthode fortement inspirée de la méthode de sélection par roulette à laquelle s'ajoute un aspect déterministe (sélections simultanées) ;
- sélection par rang, méthode où la sélection n'est plus proportionnelle à l'évaluation de la fonction objectif de l'individu mais à son rang. Cette méthode empêche de

retrouver en trop grande quantité les meilleurs individus ;

- sélection par tournoi, méthode consistant à constituer de manière aléatoire des sous-ensembles de la population et à ne sélectionner que le ou les meilleurs individus de ces sous-ensembles. Le processus est réitéré plusieurs fois jusqu'à obtention du nombre maximal d'individus autorisés dans la population ;
- sélection par échantillonnage stochastique universel (Stochastic Universal Sampling [43]), méthode de sélection sans biais⁶ où une valeur aléatoire est utilisée pour sélectionner à intervalle régulier des individus. À l'inverse de la méthode de sélection par roulette qui voit sa performance se dégrader en présence de très bons individus, cette méthode assure une non-saturation de la population par les meilleurs individus.

Une comparaison des performances des différentes méthodes de sélection est proposée dans [44].

La méthode permettant d'obtenir les meilleurs résultats sur des fonctions analytiques « test » (fonctions Griewank, Michalewicz, Perm (figure F.2 [45])) pour notre algorithme d'optimisation est généralement la méthode de sélection par échantillonnage stochastique. Toutefois, celle-ci n'étant pas compatible avec la méthode de gestion des contraintes (mode et pression de rupture) qui sera utilisée, nous utiliserons une méthode de sélection par tournoi (2,1)⁷.

F.5 Opérateur de croisement

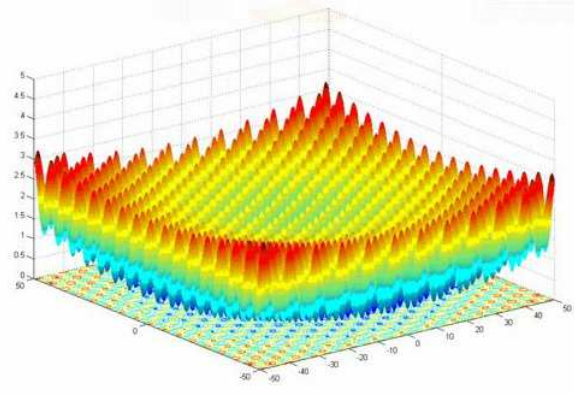
L'opérateur de croisement est un opérateur visant à échanger le matériel génétique c.-à-d. les valeurs des variables d'optimisation entre les individus dans le but de créer des individus de qualité supérieure. On peut en effet supposer que le partage du matériel génétique entre deux bons individus puisse générer des individus enfants de qualités supérieures par rapport à la fonction objectif.

Les variables d'optimisation étant de natures différentes, le croisement des variables ou gènes doit donc être adapté selon le type de la variable.

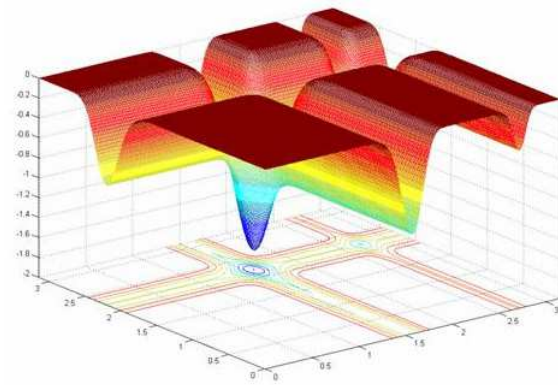
Plusieurs méthodes de croisement adaptées à notre encodage sont à notre disposition [42] :

6. Le biais d'un estimateur est la différence entre la valeur de son espérance et la valeur de la variable aléatoire qu'il est censé estimer.

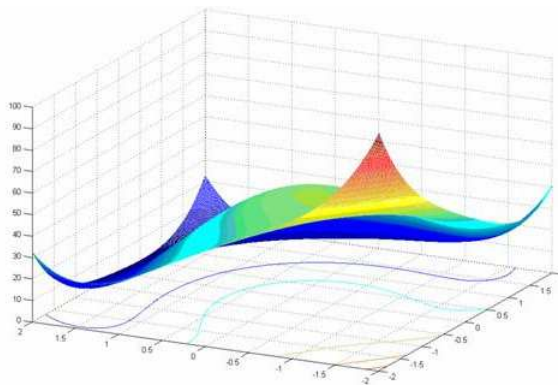
7. Une méthode de sélection par tournoi (2,1) est une méthode où les sous-ensembles sont constitués de deux individus parents et d'un individu enfant choisi entre les deux parents suivant certaines règles.



(a) Fonction Griewank à 2 variables



(b) Fonction Michalewicz à 2 variables



(c) Fonction Perm à 2 variables

Figure F.2 – Exemples de fonctions analytiques « test » à n variables permettant de tester l'algorithme d'optimisation [45].

- croisements arithmétiques et géométriques qui utilisent une moyenne des variables d'optimisation des individus parents pour générer les individus enfants ;
- croisement SBX (Simulated Binary Crossover [46–48]). La particularité du croisement SBX repose sur l'utilisation d'une distribution polynomiale de probabilité d'ordre n pour le calcul des facteurs de pondération des variables intervenant dans le croisement ;
- croisement à un point ou multi-points qui consiste à échanger et intervertir les valeurs des variables d'optimisation (allèles) entre les individus parents pour créer les individus enfants. Dans le cas d'un encodage de type non binaire, il faut veiller à ce que l'échange des valeurs entre variables ne crée pas d'individus non codables. Il faudra donc prévoir les échanges d'allèles entre variables de même nature et type ;
- croisement uniforme, méthode utilisant un masque, créé de façon aléatoire, permettant de répartir les allèles entre les enfants ;
- croisement pseudo-uniforme, méthode de croisement spécifiquement développée dans le cadre de cette étude pour gérer les contraintes entre les angles d'enroulement (contraintes explicites), méthode décrite en figure F.4.

Les méthodes de croisement peuvent faire généralement intervenir n parents et créer m enfants. Dans cette étude, les méthodes de croisement feront intervenir 2 parents pour créer 2 enfants. Notre choix s'est porté sur :

- la méthode de croisement uniforme pour les variables discrètes (les méthodes de croisement arithmétique, géométrique et SBX n'étant pas adaptées aux variables de type discret). Elle peut éventuellement être utilisée pour les variables continues portant sur les coefficients de glissement ;
- la méthode de croisement pseudo-uniforme pour les variables continues portant sur les angles d'enroulement.

Bien entendu, une probabilité de croisement est employée pour éviter qu'à chaque génération tous les individus soient croisés. Parmi les méthodes de croisement citées, seules les méthodes de croisement arithmétiques, géométriques et SBX introduisent de la diversité dans la population : les valeurs des variables d'optimisation des parents ne sont pas forcément transmises aux enfants.

Des méthodes d'amélioration de l'opérateur de croisement peuvent être employées (croisement entre meilleurs individus, augmentation de la probabilité de mutation des parents intervenants dans le croisement si les parents sont identiques.) De manière générale, l'opérateur de croisement favorise l'exploitation (convergence vers les optima).

$P1 :$	$\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5$	$nh_1 \ nh_2 \ nh_3 \ nh_4 \ nh_5 \ nci_1 \ nci_2 \ nci_3 \ nci_4 \ nce$
$P2 :$	$\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5$	$nh_1 \ nh_2 \ nh_3 \ nh_4 \ nh_5 \ nci_1 \ nci_2 \ nci_3 \ nci_4 \ nce$
$X :$	$p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5$	$1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$
$E1 :$	$\alpha_3 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_5$	$nh_1 \ nh_2 \ nh_3 \ nh_4 \ nh_5 \ nci_1 \ nci_2 \ nci_3 \ nci_4 \ nce$
$E2 :$	$\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_4$	$nh_1 \ nh_2 \ nh_3 \ nh_4 \ nh_5 \ nci_1 \ nci_2 \ nci_3 \ nci_4 \ nce$

Croisement pseudo uniforme Croisement uniforme

Figure F.3 – Croisement utilisé selon la nature de la variable d’optimisation. $P1$, $P2$ représentent les parents intervenant dans l’opérateur de croisement. $E1$ et $E2$ sont les individus enfants créés à l’issue du croisement. Le vecteur X représente le masque de l’opérateur de croisement.

Angles d'enroulement										
$P1 :$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	\dots				
$P2 :$	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	\dots				
$Tri :$	α_1	α_2	α_1	α_3	α_2	α_3	α_4	α_5	α_4	α_5
$X :$	p_1		p_2		p_3		p_4		p_5	
$E1 :$	α_2	α_1	α_2	α_5	α_4	\dots				
$E2 :$	α_1	α_3	α_3	α_4	α_5	\dots				

Figure F.4 – Croisement pseudo-uniforme. Cet opérateur combine les angles d’enroulement de deux individus parents en une séquence d’angles triés par ordre croissant. Les angles sont ensuite regroupés par paires ($p1$ à $p5$). Finalement, deux individus enfants sont créés par tirage aléatoire des angles contenus dans les paires. Cet opérateur permet de respecter la contrainte imposée par le modèle d’enroulement sur les angles d’enroulement (angles croissants).

F.6 Opérateur de mutation

L'opérateur de mutation est un opérateur visant à introduire de la diversité dans la population à chaque génération. Du fait du choix des opérateurs de croisement, la diversité n'est introduite que par cet opérateur. Une probabilité de mutation supérieure à ce qui est généralement admis dans les études doit donc être employée pour éviter une convergence prématurée.

Pour ce qui concerne les variables de type discret, cet opérateur se résume à tirer de façon aléatoire un entier entre chacune des bornes des variables d'optimisation. Pour les variables de type continu, il procède de manière identique à ceci près que les bornes peuvent être évolutives à cause de la nécessité de gérer la contrainte sur les angles : les bornes de mutation de la variable portant sur l'angle d'enroulement α_3 sont les angles α_2 et α_4 pour respectivement la borne inférieure et supérieure.

Les individus choisis par l'opérateur de mutation pour être mutés (probabilité de mutation des individus) ne sont pas entièrement altérés à l'issue de l'opérateur : une probabilité de mutation pour chacun des gènes est également appliquée. Ainsi, un individu n'aura que très rarement tous ces allèles modifiés. Plus couramment, un ou deux allèles (c.-à-d. une ou deux valeurs des variables d'optimisation) seront modifiés à l'issue de l'opérateur. Cela évite de gêner la phase d'exploitation en fin d'exécution. Par ailleurs, il paraît peu judicieux de ne pas faire évoluer la probabilité de mutation en fonction des générations. En effet, l'algorithme se doit de pouvoir atteindre n'importe quel point du domaine de recherche (diversité) au début de son exécution puis une fois le domaine correctement exploré de pouvoir converger de façon efficace vers les solutions optimales (exploitation). À ce titre, une probabilité de mutation non-uniforme est utilisée : forte au début, puis de plus en plus faible au fur et à mesure que l'algorithme se rapproche du nombre maximal de générations autorisées.

Ainsi, on distingue :

- les opérateurs de mutation de type uniforme, où l'amplitude de mutation reste constante au cours des générations, but : favoriser l'exploration ;
- les opérateurs de mutation de type non-uniforme, où l'amplitude de mutation est variable au cours des générations, but : favoriser l'exploration puis l'exploitation.

L'équation (F-1) présente en détails l'opérateur de mutation non-uniforme utilisé [40]. Le paramètre θ permet de distinguer si la mutation aura lieu entre la valeur de la variable d'optimisation Y_i et la borne inférieure $Borne_{inf}$ ($\theta = 1$) ou la borne supérieure $Borne_{sup}$ ($\theta = 0$). Ce paramètre 0 ou 1 est tiré de façon aléatoire. Le paramètre r , compris entre 0 et

1 est le paramètre aléatoire caractéristique de l'opérateur de mutation. Les paramètres \overline{Y}_i , i_{gen} , Nb_{gen} et α sont respectivement la valeur mutée, l'indice de la génération courante, le nombre maximal de générations et un paramètre de pilotage de l'importance de la mutation.

$$\overline{Y}_i = \begin{cases} Y_i + (Borne_{sup} - Y_i) \times (1 - r^{(1 - \frac{i_{gen}}{Nb_{gen}})^\alpha}) & \text{pour } \theta = 0 \\ Y_i - (Y_i - Borne_{inf}) \times (1 - r^{(1 - \frac{i_{gen}}{Nb_{gen}})^\alpha}) & \text{pour } \theta = 1 \end{cases} \quad (F-1)$$

F.7 Gestions des contraintes

Notre problème d'optimisation étant un problème d'optimisation mono-objectif sous contraintes, il nous faut pouvoir gérer celles-ci. On distingue deux familles de contraintes :

- les contraintes de type explicite : contraintes sur les variables d'optimisation (contraintes sur les entrées) ;
- les contraintes de type implicite : contraintes sur la fonction objectif et les fonctions contraintes (contraintes sur les sorties).

Dans notre cas, la contrainte explicite est la croissance des angles d'enroulement hélicoïdaux imposée par le modèle d'enroulement. Les contraintes implicites portent sur le mode d'éclatement (mode sain) et la pression d'éclatement minimale à satisfaire.

Diverses méthodes traitant de la gestion des contraintes dans les algorithmes génétiques sont disponibles. Parmi elles, on note principalement :

- les méthodes de réparation (uniquement applicables pour les contraintes de type explicite) ;
- les méthodes par pénalisation de la fonction objectif (uniquement pour les contraintes de type implicite) ;
- les méthodes par modification des opérateurs (pour les deux types de contrainte).

Nous avons testé les méthodes de réparation pour gérer les contraintes de type explicite. Les essais se sont révélés peu concluant en termes de temps de calcul et de facilité de convergence de l'algorithme : l'opérateur de réparation introduisant de la diversité pour réparer les individus à chaque génération perturbant l'exploitation. Nous avons choisi de modifier les opérateurs de croisement et de mutation pour gérer la contrainte sur les angles. Cela évite les inconvénients ci-dessus car les individus enfants créés par ces opérateurs respectent systématiquement la croissance entre les angles. C'est la raison pour

laquelle l'opérateur de croisement pseudo-uniforme a été créé et que l'opérateur de mutation intègre des bornes évolutives dans l'équation (F-1). Pour la gestion des contraintes implicites, nous avons choisi de modifier l'opérateur de sélection classique par tournoi (2,1) par un opérateur de sélection par tournoi (2,1) avec les règles de dominance suivantes :

- si les deux individus sont admissibles alors le choix se porte sur le meilleur individu avec une probabilité forte ;
- si un individu est admissible et que le second ne l'est pas, alors le choix se porte sur l'individu admissible ;
- si les deux individus sont non admissibles alors on recherche celui qui viole le moins les contraintes, le choix (i) se porte sur celui qui viole le moins les contraintes ou si la violation est identique (ii) se fait par tirage aléatoire.

F.8 Techniques d'amélioration

Pour le décideur, il peut être intéressant de pouvoir avoir accès aux solutions optimales locales. En effet, tous les paramètres ne peuvent généralement pas être pris en compte dans la démarche d'optimisation. Ainsi une solution optimale locale peut être préférée à la solution optimale globale lorsque le réservoir issu de la solution locale est plus facile à fabriquer ou a, par exemple, un comportement vis-à-vis des incertitudes (incertitudes sur les propriétés matériaux, sur le taux de porosité, sur les orientations des angles) plus stable. Pour cela, il peut être pertinent de pouvoir trouver les solutions optimales locales approchées. Deux principales familles de méthode permettent de répondre à ce besoin [40] :

- les méthodes de « scaling ou mise à l'échelle » ;
- les méthodes de « niching ou sharing ».

Ce sont deux familles de méthode dont le but est d'empêcher les individus forts d'éliminer complètement les individus faibles de la population. Elles favorisent donc l'exploration et l'émergence des optima locaux.

Le scaling modifie les évaluations de la fonction objectif afin de réduire ou d'amplifier artificiellement les écarts entre les individus et ainsi modifier le processus de sélection des individus. Cette méthode sera donc efficace sur les opérateurs de sélection faisant intervenir directement les probabilités de sélection, proportionnelles aux évaluations de la fonction objectif c.-à-d. la sélection par roulette, par reste stochastique. Elle aura peu d'influence sur les opérateurs de sélection par tournoi ou rang. Différentes fonctions analytiques peuvent être utilisées pour le scaling (exponentiel, logarithmique, puissance),

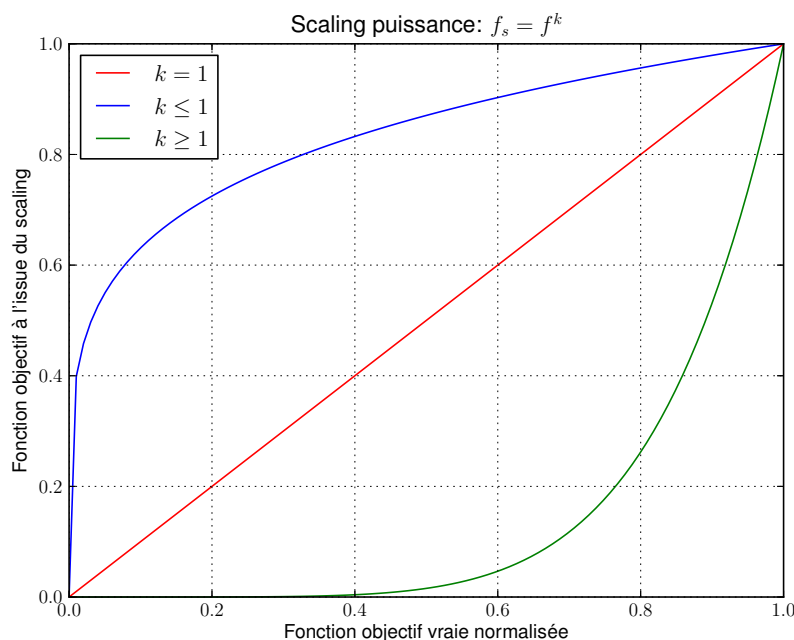


Figure F.5 — Scaling puissance avec la fonction objectif normalisée, $k < 1$ favorise les moins bons individus, $k > 1$ favorise les meilleurs individus. f_s représente la fonction objectif après application du scaling, f est la fonction objectif normalisée.

toutefois celles-ci devront être monotones dans le domaine de définition des variables d'optimisation. Un scaling logarithmique permettra de favoriser un peu mieux les moins bons individus dans le processus de sélection. En revanche, un scaling exponentiel renforcera la sélection des meilleurs individus au sein de la population. En fonction de la fonction analytique utilisée, cette méthode permet de favoriser soit les phases d'exploitation soit les phases d'exploration. De la même façon que pour l'opérateur de mutation, le scaling peut être évolutif avec le nombre de générations.

De la même façon que le scaling, le « niching ou sharing » consiste à modifier l'évaluation de la fonction objectif par le processus de sélection. Pour éviter le rassemblement des individus autour d'un sommet dominant, le niching pénalise cette valeur en fonction du taux d'agrégation d'individus de la population dans le voisinage d'un individu. Il requiert l'introduction d'une notion de distance. Dans la pratique, il faut définir une distance indiquant la dissimilarité entre deux individus.

On distinguera le niching statique, du niching dynamique avec ou sans « inbreeding »⁸ où les niches peuvent évoluer de façon dynamique entre deux générations [49–51]. Dans

8. L'inbreeding consiste à croiser les individus prioritairement à l'intérieur des niches pour favoriser l'exploitation dans les niches.

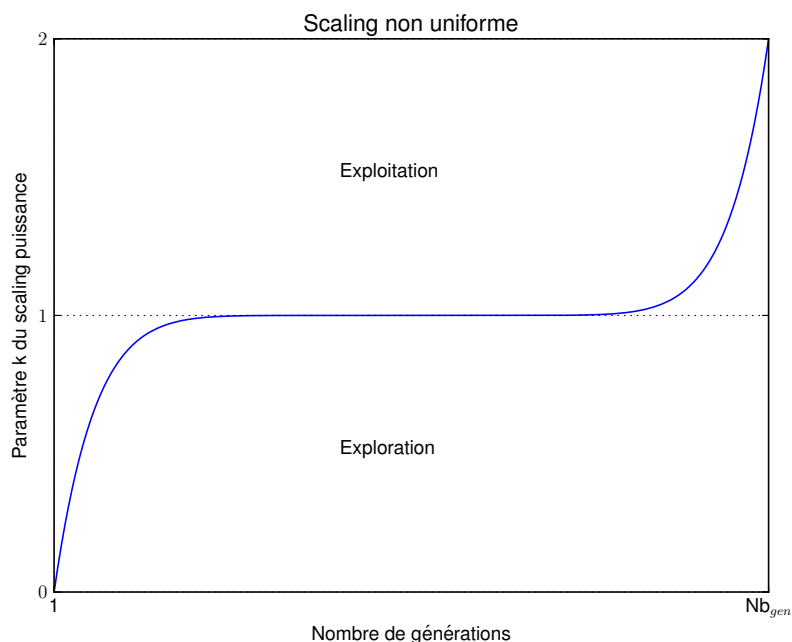
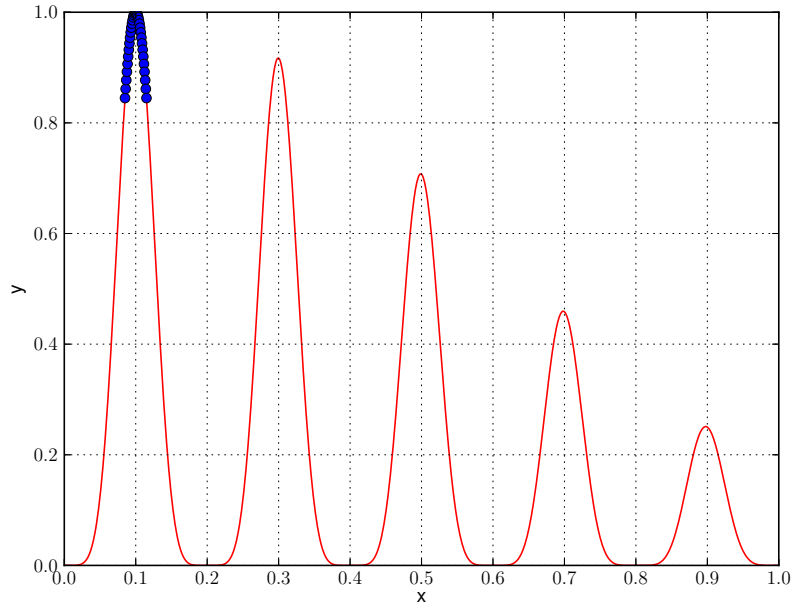


Figure F.6 — Scaling non-uniforme pour le scaling puissance.

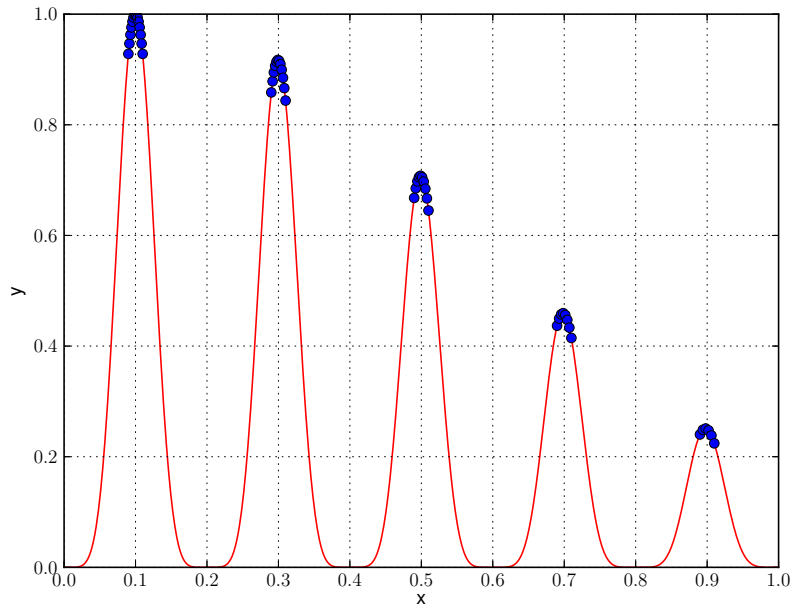
le cas de cette étude, le niching ne pourra qu’être éventuellement utilisé avec la méthode d’optimisation « M1 ». Les temps de calcul avec la méthode « M2 » seraient trop importants.

F.9 Résumé de l’algorithme d’optimisation

Le principe de fonctionnement de l’algorithme génétique développé et employé, est décrit par l’algorithme F.9. Cet algorithme ne permet, à l’heure actuelle, que de traiter des problèmes mono-objectif. Les problèmes multi-objectifs pourraient être éventuellement traités par modification de la fonction objectif.

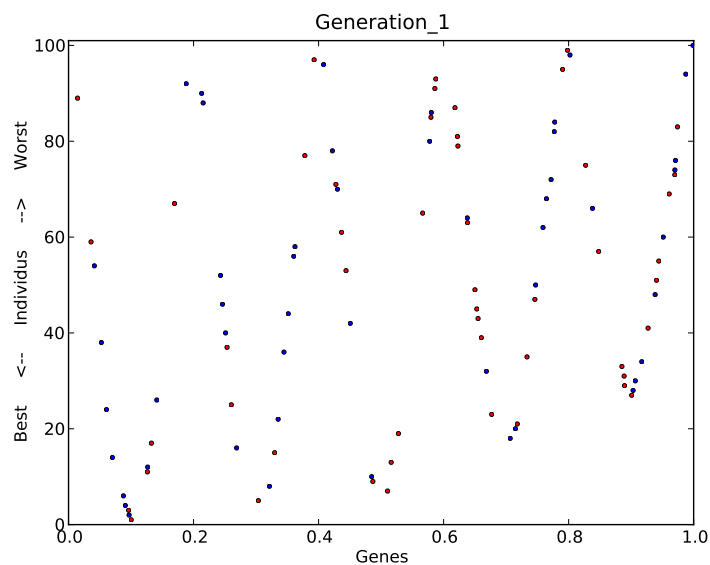


(a) Sans niching.

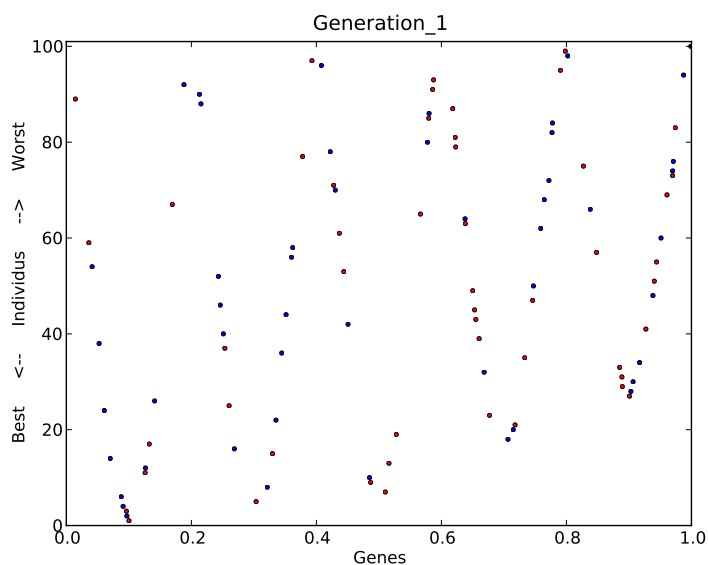


(b) Avec niching.

Figure F.7 – Impact du niching sur la fonction : $F(x) = e^{(-2 \ln(2)(\frac{x-0.1}{0.8})^2)} \sin^6(5\pi x)$, les optima locaux sont identifiés.



(a) Sans niching.



(b) Avec niching.

Figure F.8 – Optimisation de la fonction : $F(x) = e^{(-2\ln(2)(\frac{x-0.1}{0.8})^2)} \sin^6(5\pi x)$, impact du niching sur les solutions optimales trouvées. *Il s'agit d'animations nécessitant l'utilisation d'Adobe Reader X pour la visualisation.*

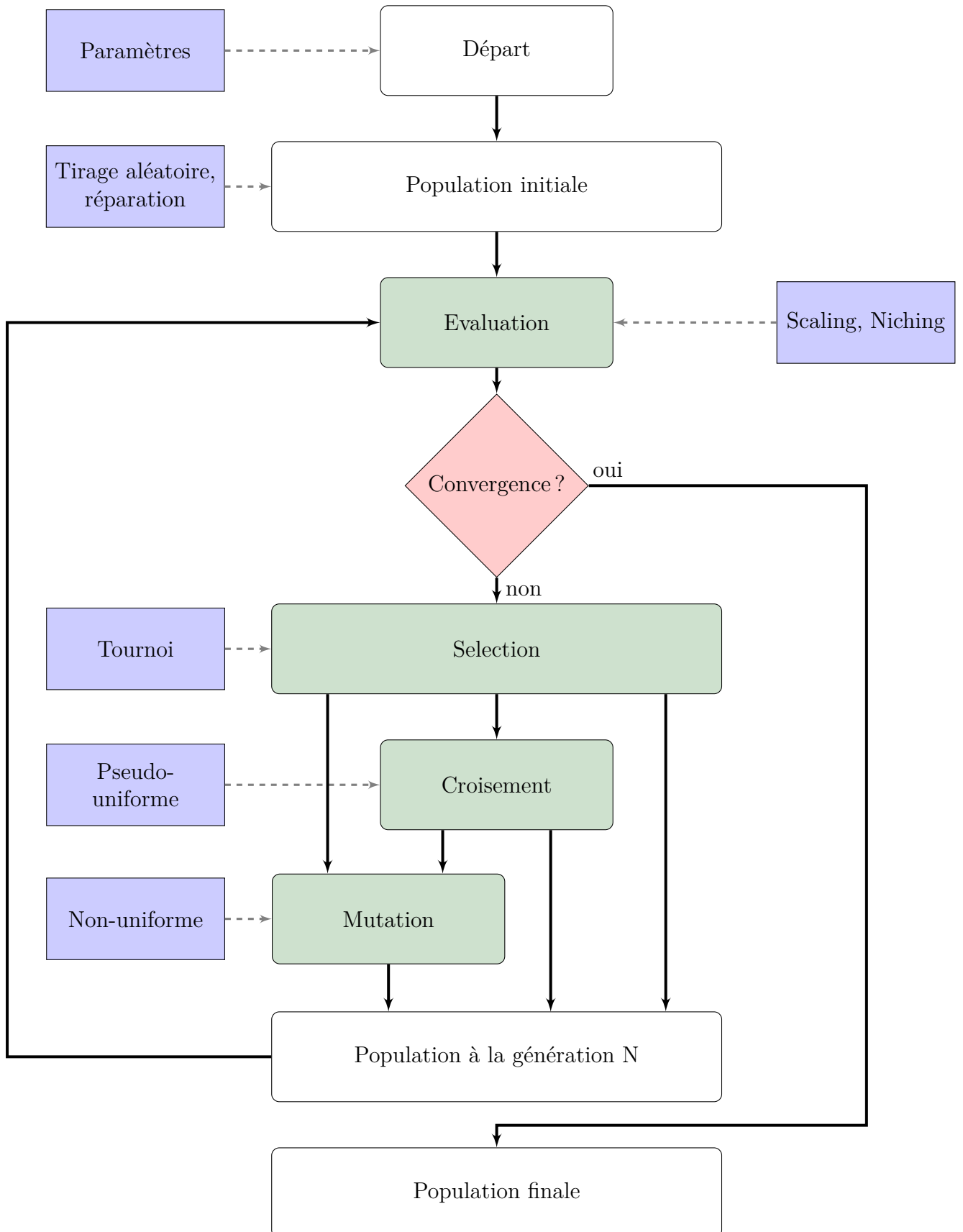


Figure F.9 – Principe général de l'algorithme génétique développé et employé.

Annexes

Références bibliographiques

- [1] F. LAURIN : *Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté - ONERA, 2005.
- [2] R.G. GHANEM et P.D. SPANOS : *Stochastic finite elements : a spectral approach*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1991.
- [3] R.V.J. FIELD et M. GRIGORIU : On the accuracy of the polynomial chaos approximation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19(1-2):65 – 80, 2004.
- [4] D. XIU : *Generalized (Wiener-Askey) Polynomial chaos*. Thèse de doctorat, Division of Applied Mathematics - Brown University, 2004.
- [5] D. XIU, D. LUCOR, C.H. SU et G.E. KARNIADAKIS : Stochastic modeling of flow-structure interactions using generalized polynomial chaos. *Journal of Fluids Engineering*, 124(1):51–59, 2002.
- [6] M.D. BUHMANN : *Radial Basis Functions*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2003.
- [7] M.J.D. POWELL : *The Theory of Radial Basis Function Approximation in 1990*. Oxford University Press, USA, may 1992.
- [8] F.M.A. ACOSTA : Radial basis function and related models : An overview. *Signal Processing*, 45(1):37 – 58, 1995.
- [9] D.S. BROOMHEAD et D. LOWE : Multivariable functional interpolation and adaptive networks. *Complex Systems 2*, pages 321–355, 1988.
- [10] J. RUDHOLM et A. WOJCIECHOWSKI : *A methode for simulation based optimization using radial basis functions*. Göteborg University, Sweden, 2007.
- [11] N.V. QUEIPO, R.T. HAFTKA, W. SHYY, T. GOEL, R. VAIDYANATHAN et P.K. TUCKER : Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, 41(1):1–28, 2005.
- [12] C. CLOUZET : *Contribution à l'étude et au développement de modèles connexionnistes séquentiels de l'apprentissage*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 1990.

Références bibliographiques

- [13] R. KOZMA, S. BRESSLER, L. PERLOVSKY et G.K. VENAYAGAMOORTHY : Advances in neural networks research : An introduction. *Neural Networks*, 22(5-6):489 – 490, 2009.
- [14] M. PILLET : *Les plans d'expériences par la méthode TAGUCHI*. Éditions d'Organisations, 1997.
- [15] G. SADO et M-C. SADO : *Les plans d'expériences - De l'expérimentation à l'assurance qualité*. AFNOR Technique, 1991.
- [16] F. RABIER : *Modélisation par la méthode des plans d'expériences du comportement dynamique d'un module IGBT utilisé en traction ferroviaire*. Thèse de doctorat, Insitut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [17] J. FRANCO : *Planification d'expériences numériques en phase exploratoire pour la simulation des phénomènes complexes*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2008.
- [18] S. VIVIER : *Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et Application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2002.
- [19] M.J. DAVIS : Contrast coding in multiple regression analysis : Strengths, weaknesses, and utility of popular coding structures. *Journal of Data Science*, pages 61–73, 2008.
- [20] F. DELAUCHE : *Optimisation statistique du rendement paramétrique de microsystèmes (MEMS)*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2003.
- [21] V.V. FEDOROV : *Theory of optimal experiments*. Academic Press, Ed. New-York, 1992.
- [22] L. PRONZATO : A minimax equivalence theorem for optimum bounded design measures. *Statistics & Probability Letters*, 68(4):325 – 331, 2004.
- [23] R.D. COOK et S. WEISBERG : *Residuals and Influence in Regression*. New York : Chapman and Hall, 1992.
- [24] G. MATHERON : *Traité de géostatistique appliquée. 1 (1962)*. Mémoires du BRGM. Éditions Technip, 1962.
- [25] C. SCHEIDT : *Analyse statistique d'expériences simulés : Modélisation adaptative de réponses non-régulières par krigeage et plans d'expériences*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 2006.
- [26] S. BAILLARGEON : *Le krigeage : revue de la thérie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations*. Facultés des Sciences et de Génie, Université Laval - Québec, 2006.
- [27] X. EMERY : *Géostatistique linéaire*. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Centre de Géostatistique, 2001.
- [28] J. RIVOIRARD : *Le comportement des poids de krigeage*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1984.
- [29] A.G. JOURNAL et C. HUIJBREGTS : *Mining geostatistics*. Academic Press, 1978.

- [30] J-P. CHILÈS et P. DELFINER : *Wiley Series in Probability and Statistics*. John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [31] T.H. STARKS et J.H. FANG : The effect of drift on the experimental semivariogram. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 14(4):309–319, 1982.
- [32] B.G.M. HUSSLAGHE : *Maximin designs for computer experiments*. Thèse de doctorat, Universiteit van Tilburg, 2006.
- [33] Y. ROLLET : *Vers une maîtrise des incertitudes en calculs des structures composites*. Thèse de doctorat, ONERA - Ecole Polytechnique, 2007.
- [34] G. MONARI : *Sélection de modèles non linéaires par leave-one-out, Étude théorique et application des réseaux de neurones au procédé du soudage par points*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1999.
- [35] A.R. SYED : *A review of cross validation and adaptive model selection*. Departement of Mathematics and Statistics, Georgia State University, 2011.
- [36] M. MECKESHEIMER, A.J. BOOKER, R.R. BARTON et T.W. SIMPSON : Computationally inexpensive metamodel assessment strategies. *AIAA Journal*, 40:2053–2060, 2002.
- [37] A.W. MOORE : *Cross validation for detecting and preventing overfitting*. School of Computer Science, Carnegie Mellon University, 2001.
- [38] M.A. LUERSEN : *GBNM : Un algorithme d’optimisation par recherche directe - Application à la conception de monopalmes de nage*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, 2004.
- [39] B. SID : *Optimisation topologique de structures par algorithmes génétiques*. Thèse de doctorat, Université Technologique de Belfort-Montbéliard, Université de Franche-Comté, 2006.
- [40] O. GUENOUNOU : *Méthodologie de conception de contrôleurs intelligents par l’approche génétique-application à un bio procédé*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse III- Paul Sabatier, 2009.
- [41] B.L. MILLER et D.E. GOLDBERG : Genetic algorithms, selection schemes, and the varying effects of noise. *EVOLUTIONARY COMPUTATION*, 4:113–131, 1996.
- [42] M. HAJ-RACHID, C. BLOCH, W. RAMDANE-CHERIF et P. CHATONNAY : *Différents opérateurs évolutionnaires de permutation : sélections, croisements et mutations*. Laboratoire d’informatique de l’université de Franche-Comté, 2010.
- [43] J.E. BAKER : Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm. In *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms on Genetic algorithms and their application*, pages 14–21, Hillsdale, NJ, USA, 1987. L. Erlbaum Associates Inc.
- [44] T. BLICKLE et L. THIELE : A comparison of selection schemes used in genetic algorithms. Rapport technique, Gloriastrasse 35, CH-8092 Zurich : Swiss Federal

Références bibliographiques

- Institute of Technology (ETH) Zurich, Computer Engineering and Communications Networks Lab (TIK, 1995.
- [45] A-R. HEDAR : *Studies on metaheuristics for continuous global optimization problems*. Thèse de doctorat, Kyoto University, Japan, 2004.
 - [46] A. PONSICH : *Stratégies d'optimisation mixte en génie des procédés - Application à la conception d'ateliers discontinus*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
 - [47] A. GOMEZ : *Optimisation technico-économique multi-objectif de systèmes de conversion d'énergie : cogénération électricité-hydrogène à partir d'un générateur nucléaire de IVème génération*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008.
 - [48] B. GUÉDAS : *Proposition de compromis pour le calcul de solutions préférées à l'aide d'un algorithme évolutionnaire multi-objectif en optimisation multidisciplinaire*. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Nantes, 2010.
 - [49] B. MILLER, B.L. MILLER et M.J. SHAW : Genetic algorithms with dynamic niche sharing for multimodal function optimization. *In IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 786–791, 1996.
 - [50] O.M. SHIR : Dynamic niching in evolution strategies with covariance matrix adaptation. *In In Proceedings of the 2005 Congress on Evolutionary Computation CEC-2005, Piscataway*, pages 2584–2591. IEEE Press, 2005.
 - [51] J.E. PSAROUDAKIS, F.A. TZIMA et P.A. MITKAS : Evading : An evolutionary algorithm with dynamic niching for data classification. *In 2009 International Conference on Genetic and Evolutionary Methods (GEM'09)*, pages 59–65, Las Vegas, Nevada, USA, July 13-16 2009.

Optimisation du dimensionnement d'un réservoir composite type IV pour stockage très haute pression d'hydrogène.

Ce travail a pour but de proposer une nouvelle approche du dimensionnement optimisé des réservoirs de stockage d'hydrogène de type IV visant à mieux répondre aux enjeux industriels. Les objectifs scientifiques et techniques consistent à disposer de modèles qualifiés pour la simulation du comportement de ces réservoirs, associés à des méthodologies de dimensionnement et d'optimisation fiables. La démarche s'appuie sur trois axes principaux :

- proposer une démarche de conception prédictive en intégrant (i) un premier aspect lié à la ruine de la structure qui est la conséquence de mécanismes complexes et multiples d'endommagement s'initiant, s'accumulant et se développant dans un milieu anisotrope et (ii) des modèles de simulation de la structuration composite spécifique au procédé d'enroulement filamentaire, technologie employée largement dans la fabrication des réservoirs de stockage à haute pression. Leurs implémentations constituent une première avancée face à l'existant ;
- choisir et évaluer les paramètres structuraux par une démarche d'optimisation où nous sommes amenés à utiliser (i) des méthodes de métamodélisation permettant de répondre aux contraintes de coûts, (ii) des méthodes spécifiques de tri et (iii) des méthodes à spectres larges qui recherchent des solutions sur une large population telles que des méthodes génétiques ;
- qualifier la démarche dans sa globalité par une comparaison entre calculs et essais.

Ainsi, la finalité de ce travail est de développer et valider des modèles et méthodes pour permettre de mieux concevoir, tester et fabriquer à moindre coût un réservoir avec une structure calculée optimisée.

Mots clés : MATERIAUX COMPOSITES ; OPTIMISATION ; RÉSERVOIR DE STOCKAGE DE L'HYDROGÈNE À HAUTE PRESSION ; MODELISATION ; ENROULEMENT FILAMENTAIRE ; STRUCTURATION

Design optimisation of a type IV high pressure hydrogen composite vessel.

The purpose of this study is to suggest a new way to design type IV high pressure hydrogen composite vessels to better fulfil industrial requirements. Developing suitable models for the comportment's simulation of these vessels in relation with a reliable design method is the main scientific and technical aim. This approach relies on the three following lines :

- perform a predictive design method using the most recent theoretical and numerical works investigated on composite materials and more specifically in taking into account (i) an essential aspect linked to the structural failure which is the consequence of the initiation, accumulation and propagation of complex damage mechanisms and (ii) the use of specific composite lay-up models related to the filament winding process, used for pressure vessels manufacturing. These approaches are significant breakthroughs compared with previous studies ;
- choose and assess structural parameters with an optimisation approach where we use (i) surrogate methods to meet economic requirements, (ii) specific sorting methods and (iii) broad-spectrum methods such as genetic algorithm methods ;
- approve of the whole approach by theoretical and experimental comparisons.

The goal of the project will be to develop, provide and approve models to enable a better conception and industrialisation of an optimal high pressure vessel in relations with costs.

Keywords : COMPOSITE MATERIALS ; OPTIMISATION ; HYDROGEN PRESSURE VESSEL STORAGE ; MODELISATION ; FILAMENT WINDING ; DOME LAY-UP